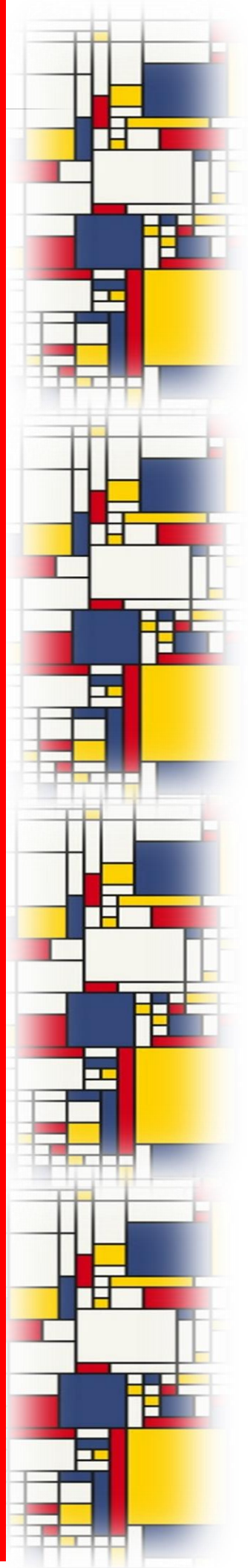


# MYŚLENIE MATEMATYCZNE : PORADNIK DLA RODZICÓW

Pomóż swojemu dziecku znaleźć okazje, aby rozmawiać o matematyce



## Dlaczego ważne jest, aby moje dziecko uczyło się matematyki?

“Uczenie się matematyki polega na tym, aby popatrzeć na to, co się rozumie i zobaczyć, że istnieje głębsza tajemnica, niż nam się wydawało.”

- Dan Finkel (Nauczyciel, trener)

Matematyczne umiejętności rozwiązywania problemów i logicznego myślenia mają wpływ na dobre zrozumienie świata wokół nas. Pomagają w budowaniu  **pewności siebie, odporności i rozwijają zaciekawienie**. Umiejętność krytycznego myślenia i możliwość **komunikacji** naszego logicznego myślenia jest podstawową potrzebą w wielu miejscach pracy, ale także pomaga w stworzeniu pozytywnej postawy i **niezależności**.



W życiu codziennym myślenie matematyczne umożliwia nam:

- ✚ Stawianie i rozwiązywanie problemów, ocenę informacji/ ryzyka i podejmowanie rozsądnych decyzji
- ✚ Wyjaśnianie jak rozwiązaliśmy problem i dlaczego podjęliśmy określoną decyzję
- ✚ Bycie pewnym siebie i kreatywnym w sytuacjach życia codziennego, które poprzez wpływ technologii szybko się zmieniają.

Matematyka w domu nie polega na zrobieniu mnóstwa ćwiczeń matematycznych. Jest to możliwość wykonywania pracy w praktyczny sposób w różnych sytuacjach, gdzie dziecko może widzieć matematykę jako coś więcej niż tylko liczby na kartce papieru. Nie potrzeba do tego drogich sprzętów, przedmioty codziennego użytku są wystarczające.

- ✚ Gotowanie/ odnawianie/ praca w ogrodzie
- ✚ Granie w gry i sprzątanie
- ✚ Planowanie wycieczek (decydowanie, kiedy wyjść z domu, aby dotrzeć gdzieś na czas)

## Cele tego poradnika

“Czy jest to matematyka, nauczanie, rodzicielstwo, czy inne dziedziny życia, bardzo ważne jest, aby wierzyć w siebie i w to, że można osiągnąć wszystko. Wiara może zmienić wszystko. ”

– Jo Boaler (Profesor Matematyki i nauczania na Stanford University)

Poradnik ten został stworzony, aby pomóc Państwu i Państwa dziecku być *kreatywnymi* w tym jak patrzymy i poznajemy nasze otoczenie w matematyczny sposób. Aby podkreślić, że matematyka to coś więcej niż kalkulowanie liczb, że matematyka pomaga w rozwoju myślenia i podejmowania decyzji i wspomaga umiejętność podejmowania decyzji oraz możliwość rozwiązywania problemów. Podczas tej podróży wszystko czego potrzebujesz to trochę *ciekawości* i nieco wiary w siebie. W czasie tej podróży najprawdopodobniej Państwo i Państwa dziecko wielokrotnie stracie pewność siebie w możliwości dyskusowania na tematy matematyczne, ale jest to naturalne podczas zyskiwania odporności i zrozumienia. Zaczniecie Państwo również odczuwać radość widząc, że Państwa dziecko, robi to samo dla siebie. Próbuje, pytajcie, *myślcie*. Mając otwarty umysł, nie ma limitu, co możecie Państwo odkryć.



Celem tego poradnika nie jest nauczenie określonych sposobów obliczania. Jeśli napotkają Państwo obliczenie, którego nie potraficie policzyć, nie bądźcie zawstydzeni - poproście o pomoc przyjaciół, szkołę albo media społecznościowe i zacznijcie dyskusję matematyczną. Nie ma nic złego w tym, że czegoś się nie wie. Ważniejsze jest, aby chcieć dowiedzieć się.

*Matematyka jest językiem* i trzeba uczyć się jej poprzez dyskusję. W dalszej części tego poradnika znajdują się linki do glosariuszy i dwujęzycznych słowników, aby wspomóc dyskusje matematyczne z Państwa dzieckiem. (Załącznik 3).



Nauka dziecka jest najbardziej efektywna, kiedy odbywa się razem z ważnymi w jego życiu osobami. Zajęcia wymienione w tym poradniku nie mają na celu zastąpienia życia szkolnego, raczej uzupełnienie go. Czas jest ważnym czynnikiem w nauce i im więcej matematyki możemy wprowadzić do zajęć z życia codziennego od najmłodszego wieku, tym więcej czasu Państwa dziecko spędza na nauce nawet nie zdając sobie z tego sprawy. Metoda mała a często pomaga z czasem utrwalić wiedzę.

*Każdy może zrozumieć matematykę*, tylko niektóre dzieci potrzebują na to **więcej czasu**.

Poradnik będzie Państwa zachęcał do szukania okazji, by **znaleźć wzory, wizualizować, klasyfikować, liczyć, mierzyć, myśleć, wyjaśniać, zadawać pytania**. Stwarza to możliwość spędzenia więcej czasu na ćwiczeniu matematyki a z czasem propaguje głębsze zrozumienie naszego otoczenia. Jak Państwa dziecko będzie starsze, rozwinie dalej te umiejętności, ponieważ zwiększą się wartości jakimi będzie operować, a wzory staną się bardziej skomplikowane.

W niniejszym poradniku słowo "rodzic" ma obejmować także opiekunów i innych członków rodziny oraz przyjaciół, którzy mogą pomóc dzieciom zrozumieć matematykę.

Słowo "dziecko" ma obejmować dzieci w każdym wieku i będzie wspólnie zastąpione słowem "dzieci" ponieważ matematyka jest zajęciem grupowym.

Pytania zawarte w niniejszej broszurze są w równej mierze skierowane do Państwa jak i do Państwa dzieci.



*Miej pozytywne nastawienie do matematyki*, niezależnie od Państwa własnego nastawienia do tego przedmiotu. Pomoże to Państwa dziecku odnieść sukces.

Dotyczy to również naszego języka ciała i zniechęcających komentarzy takich jak „**Ja nigdy nie byłem dobry z matematyki**”. Nie należy przekazywać naszych własnych wątpliwości/ niepokojów.

*Nie należy martwić się o właściwą odpowiedź, ale o zadawanie dobrych pytań*. Pomogą one rozwinąć u Państwa dziecka logiczne myślenie. Dzieci, pokazując Państwu, że wiedzą co robią, często same rozwiązują problem. Same zauważają swoje błędy i zdejmując to z Państwa presję potrzeby posiadania wszystkich odpowiedzi. Należy zachęcić je do wyjaśniania znaczenia ich odpowiedzi np. reagując na odpowiedź „tort waży 200kg” „Oh, to bardzo interesujące/ dziwne..... zastanawiam się jak on wygląda?”

*Nie należy uczyć dziecka metod, których nie potrafią Państwo wyjaśnić*. Metody/ sposoby na uzyskanie odpowiedzi mogą zakryć braki w zrozumieniu i może zająć później dużo czasu, aby je wypełnić. Matematyka to dużo więcej niż tylko zapamiętanie faktów i procedur.

*Używajcie Państwo pierwszej przybliżonej odpowiedzi i używajcie technologii do obliczania* stosując kalkulatory i komputery, aby wspierać dziecko i sprawdzać jego zrozumienie, tam gdzie jest to odpowiednie, aby je zastosować.

*Należy zaakceptować, że Państwa dziecko nie zna odpowiedzi*, zakładając, że istnieje chęć poznania jej. „Nie wiem, ale mogę spróbować ...” Nie należy akceptować „Nie rozumiem”; poproście Państwo swoje dziecko o zadanie pytania, które pomoże im zrozumieć.

*Nie należy oczekiwać od dziecka, że będzie wykonywał działania matematyczne*. Płynność przychodzi z czasem, w różnym czasie dla różnych dzieci. Kiedy jesteście Państwo gotowi, powtórzcie znane metody i usprawnijcie je. Nienaturalne przyspieszanie tego procesu wywołuje stres i ryzyko powstania luk w zrozumieniu. Dlatego w niniejszym poradniku nie podajemy terminów opanowania danego materiału.

*Starajcie się Państwo udzielać więcej niż jednej odpowiedzi na to samo pytanie*. Zawsze istnieje więcej niż jeden sposób na znalezienie odpowiedzi, a czasem istnieje więcej niż jedna odpowiedź. Odpowiadając na jedno pytanie na wiele sposobów pozwoli rozwinąć głębsze zrozumienie skutecznych strategii i tego, kiedy należy je stosować.

BĄDZIE PAŃSTWO KREATYWNI I BAWCIE SIĘ





## Odnajdywanie wzorów ma miejsce cały czas

„Pomimo, że świat wygląda na skomplikowany i chaotyczny, jeśli przetłumaczymy to na język cyfr i kształtów, pojawiają się wzory i zaczynasz rozumieć dlaczego rzeczy są takie jakie są.”  
– Marcus du Sautoy (Profesor Matematyki na Oxford University)

Rozpoznawanie wzorów jest integralnym procesem, który przebiega podświadomie przez cały dzień, używamy do tego wszystkich naszych zmysłów po to, aby podjąć właściwą decyzję.

*Zachęcajcie Państwo swoje dziecko do rozpoznawania wzorów.*

Rozmawianie o tych wzorach jest bardzo matematyczne i jest ważną częścią rozwoju Państwa dziecka. Zadając pytanie „**Co widzisz?**” podkreśla prawidłowość i związek, który Państwa dziecko spostrzegło.

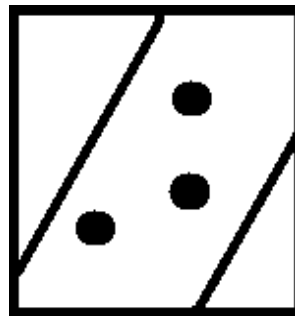
*Pamiętajcie Państwo*, co opisałoby dziecko, jaka jest jego obserwacja, ich wizja świata. (Chyby, że zapytają) starajcie się Państwo nie narzucać im swoich wzorców; naszej wizji świata.

### Co widzisz?

Liść czy trójkąt?



Kwadrat, dwie równoległe linie i trzy kropki czy...  
żyrafę, która przechodzi obok okna?



Wzory na krawędziach każdej strony oparte są na pracach Piet Mondrian. Jest to fantastyczna układanka/ wyzwanie oparta na tych prostokątnych kształtach wymyślona przez Gordona Hamiltona na [MATHPICKLE.COM](http://mathpickle.com/project/mondrian-art-puzzles/) (<http://mathpickle.com/project/mondrian-art-puzzles/>), świetna strona pełna źródeł zawierająca nierozwiązane problemy, które dalej dostępne są dla małych dzieci.

TANGRAMY znajdują się



na dole każdej strony.

Te siedem kształtów można ułożyć (bez nakładania) w wiele różnych kształtów. Mówi się, że wynaleziono je w Chinach tysiąc lat temu. Bawiąc się nimi można świetnie rozwijać swoją orientację przestrzenną, która jak udowodniono poprawia się w miarę ćwiczeń. Na końcu tej broszury znajduje się zestaw do wycięcia.



## Kluczem jest wizualizacja

Kiedy myślimy matematycznie używamy w mózgu 5 ścieżek, z których 2 są wizualne. Pomaga to naszemu mózgowi myśleć o matematyce wizualnie, nie tylko numerycznie. KAŻDE pojęcie matematyczne może zostać przedstawione obrazowo!

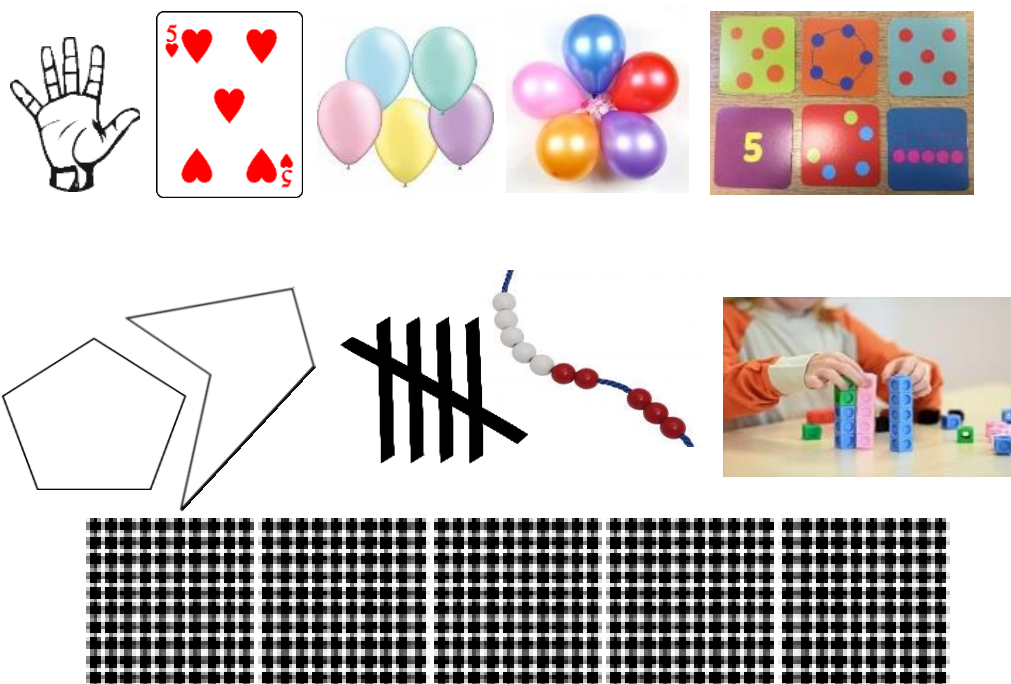
- YOUCUBED (organizacja inspirująca, edukująca i inspirująca nauczycieli matematyki)

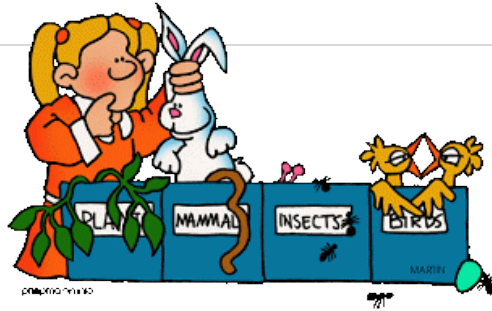
*Stwórcie Państwo (w wyobraźni) obrazy, aby pomoc stworzyć koncepcje matematyczne.* Ważne jest, aby poprzez obrazy lub historie Państwa dziecko miało silne obrazy w celu wsparcia dobrego zrozumienia. Tak naprawdę niemożność stworzenia obrazu może wskazywać na błędne przekonanie lub lukę w rozumowaniu (nawet jeśli zostanie udzielona poprawna odpowiedź) i może powodować późniejsze trudności.

*Pozwólcie im Państwo dotykać, wskazywać i przesuwać przedmioty tam, gdzie jest na to możliwość.* Poznają i uczą się. Dobrze jest, gdy widzą i mogą bawić się różnymi postaciami tej samej cyfry lub kształtu. Jest to też ważne przy ułamkach.

Ćwicz zabawę palcami. Przyporządkuj palcom kolory a potem numery. Dotknij jednego z palców dziecka i poproś, aby bez patrzenia powiedział kolor/ numer. Poproś, aby dotknęło czegoś o tym samym kolorze lub z tym samym numerem. Matematykę trzeba ćwiczyć używając naszych rąk.


Gdzie widzisz pięć?





## Klasyfikacja to matematyka


„Mogą Państwo zapytać, jakie jest zastosowanie klasyfikacji, organizowania i systematyzowania. Odpowiadam: porządek i upraszczanie to pierwsze kroki do osiągnięcia mistrzostwa w tym temacie”  
– Thomas Mann (Niemiecki powieściopisarz i zdobywca Nagrody Nobla)


 *Układajcie Państwo przedmioty w zbiory/ pudełka* (np. podczas porządkowania). Jest to świetny trening myślenia matematycznego i coś co codziennie robimy naturalnie. Ważne jest, aby Państwa dziecko doświadczało sortowania fizycznych przedmiotów według różnych kryteriów takich jak kształt, kolor lub materiał.


Jakie widzisz grupy owoców?

Jeśli pogrupował je ktoś inny, czy możesz zgadnąć kryterium wg. którego został sklasyfikowany każdy zbiór? Np.: jest czerwone albo ma liście



 *Mieście Państwo różne formy tego samego rodzaju przedmiotów* próbując klasyfikować przedmioty (różne kolory/rozmiary). Pozwala to na zminimalizowanie błędnych przekonań i pozwala na dokładną definicję.

Jeśli widzieliśmy tylko zielone jabłka, możemy powiedzieć, że czerwone jabłka nie mogą być jabłkami. 

Te oba kształty  to pięciokątny, ale ten po prawej jest dużo bardziej popularny i rozpoznawalny.

Decydowanie, który przedmiot różni się od reszty w zbiorze jest świetnym zajęciem, zwłaszcza jeżeli każdy z przedmiotów może być „tym innym”. Słuchając powodów, dlaczego dziecko wybrało akurat ten, może nam dużo powiedzieć o jego poziomie zrozumienia.



## Liczenie i mierzenie

„Arytmetyka to umiejętność liczenia do dwudziestu bez konieczności zdejmowania butów.”  
– Mickey Mouse

Chcemy wiedzieć jak duże są zbiory, dlatego je liczymy.

*Licz wszystko*, prawdziwe rzeczy: kawałki ziemniaków na talerzu, skarpetki, kamienie, muszle, palce.... Liczcie Państwo, kiedy porządkujecie, aby sprawdzić, czy niczego nie brakuje. Bawcie się liczbami i rozmawiajcie o nich przez cały dzień. Liczcie Państwo wstecz i do przodu. Czasami zaczynajcie od zera.

Liczby - naście, takie jak trzynaście, są w języku angielskim trudne, używajcie Państwo zwrotów takich jak 10 i 3, lub jedna dziesiątka i trzy, a dzieci będą uczyć się nowych nazw. Mówimy przecież sto trzy.

*Doceniajcie błędy* i wybierajcie, kiedy je podważać. Dwadzieścia osiem, dwadzieścia dziewięć, dwadzieścia dziesięć jest logiczne (po francusku soixante-dix, sześć dziesięć jako siedemdziesiąt). Państwa dziecko nie myli się, uczy się i stara się podążać zgodnie z prawidłowością, co jest bardzo dobre. Podążanie z prawidłowością pozwala Państwa dziecku zobaczyć, że dwadzieścia dwadzieścia jeden jest mniej logiczne, więc możemy zasugerować, że powinniśmy nauczyć się nowej nazwy, ponieważ zawsze dajemy liczbie nową nazwę po coś -9.

*Zasugerujcie Państwo odpowiedź/ szacunek zanim policzycie dokładnie.* Sugerowanie „wygląda na to, że mamy 8 jabłek” **zanim** zaczniecie liczyć pomaga dziecku skupić się na pełnej ilości.

*Odliczajcie Państwo do pojemnika.* Pomoże to dzieciom połączyć pojęcia relacji 1 do 1 (jedna nazwa cyfry do jednego przedmiotu). Pomaga to liczyć dokładniej niż tylko pokazując palcem, jeśli mogą fizycznie przesunąć przedmiot.



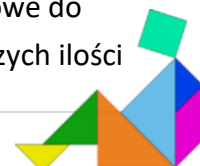
*Zacznijcie od małych numerów.* Początkowo liczcie do pięciu, (patrz załącznik 1: zasady liczenia). Potem liczcie do dziesięciu w ten sam sposób a następnie powyżej. Klucz polega na poznaniu głębszego sensu liczb przed rozpoczęciem obliczania dużych liczb. Tutaj większe nie jest lepsze. Pamiętaj o zerze.

### Ile serc widzisz?

1, 2, 3 .... 13, 14 (licząc) lub 4 i 2 grupy po 5, (zapisane  $4 + 2 \times 5$ )  
lub 4 grupy po 3 i 2 lub nawet 3 grupy po 5 weź 1 lub.....



*Przejdź do większych wartości.* Z wiekiem Państwa dziecko będzie gotowe do obliczania/ szacowania rozmiarów większych zbiorów. Nie powinno dłużej liczyć większych ilości





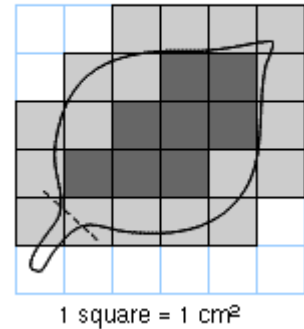
pojedynczo, ale grupować je (widzieć całe zbiory) i używać innych strategii do obliczeń (takich jak, aby dodać 9, dodaj 10 i odejmij 1). Jeśli tego nie robią, muszą wrócić cofnąć się i ćwiczyć na mniejszych liczbach. Nie ma nic złego w liczeniu na palcach, jeśli wspomaga to bardziej złożone strategie niż pojedyncze liczenie.

**....mierzenie to też liczenie.** Ćwiczcie Państwo mierzenie różnych odległości w sposób nieformalny lub formalny stosując standardowe jednostki, aby stać się świetnymi matematykami.

Nieformalnie



Formalnie



Państwa dziecko będzie mierzyć powierzchnie, co często oznacza wartości do kwadratu. Wzory na obliczanie powierzchni to skuteczne metody obliczeń, często obejmujące mnożenie. Kluczem jest zrozumienie co się oblicza. Gdy dzieci są starsze, pomocne jest, gdy zdadzą sobie sprawę, że umiejętność liczenia arytmetycznego i mierzenie są podstawowymi sposobami liczenia. Pomagają obliczać wartości, których nie można dotknąć np.: kąty, które podają rozpiętość między dwoma kierunkami.



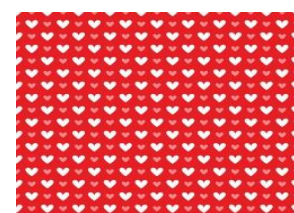
*Nie zapominajcie Państwo, aby oszacować zanim zaczniecie obliczać.* Szacowanie pomaga nam chcieć poznać właściwą odpowiedź, poznawanie, jak blisko właściwej odpowiedzi byliśmy to też zabawa. Szacunek nie może być błędny. Można go poprawić, mając dodatkowe informacje. Czasami umiejętność poprawy szacunku pokazuje wysoki poziom logicznego myślenia. **Niektóre najbardziej skomplikowane zagadnienia matematyczne mają jedynie szacunkowe rozwiązanie.** (np. Najkrótszy dystans pomiędzy dwoma punktami na dużej i złożonej mapie). Dawanie szacunkowych odpowiedzi rozwija bardzo użyteczne strategie dla dobrego myślenia matematycznego np. jak zgadniesz ile cukierków jest w słoiku?



*Porównujcie wielkość różnych zbiorów.* Ważne jest, aby Państwa dziecko porównywało różne rozmiary dwóch zbiorów, będąc w stanie powiedzieć, który jest większy, mniejszy czy są takie same.

Na którym obrazku jest więcej serc?

Czy musimy liczyć?



## Myślenie i argumentowanie

„Zachowaj swoje prawo do myślenia, nawet złe myślenie jest lepsze niż brak myślenia.”  
– Hypatia (Pierwsze zapisy o kobiecie matematycze koło 400 n.e.)

Matematyka to formułowanie przekonywujących poglądów. Musisz być w stanie

- przekonać siebie
- przekonać przyjaciela lub członka rodziny
- przekonać kogokolwiek (np. twojego nauczyciela)

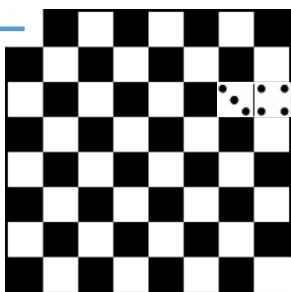
*Zachęć swoje dziecko*, żeby na początku przekonało się, że to, co mówi jest prawdą. Niekoniecznie musi to być pytanie matematyczne, ale może dotyczyć tego, dlaczego czegoś chce albo co chce zrobić. Wyjaśniajcie mu również Państwo powody decyzji, jakie podjęliście. „Idziemy do parku, ponieważ....” Takie modelowanie pomaga mu zobaczyć, w jaki sposób należy prowadzić dyskusję i formować przekonywujące opinie.

Nie należy martwić się, jeśli po tym, jak Państwa dziecko przedstawiło swoje wyjaśnienie, nie są Państwo pewni, czy ma ono rację, czy nie.

*Reagujcie państwo na pracę swojego dziecka* mówiąc „Przekonałeś(-aś) mnie, ale oboje możemy nie mieć racji!” lub „Nie jestem przekonany, w jaki inny sposób mógłbyś (mogłabyś) inaczej to wyjaśnić, **czy możesz to inaczej wyjaśnić?**” Czasami jest to dobry pomysł, nawet jeśli są Państwo przekonani.

Sam fakt, że Państwa dziecko pytane jest o wyjaśnienie (słusznie czy niesłusznie) wspomaga jego rozwój. Jeśli wyjaśnienie jest niewłaściwe, gdy dziecko poprawi się nauka przebiega na głębszym poziomie.

Możliwość skutecznego komunikowania naszych poglądów i przekonanie innych poprzez dokładne wyjaśnienie naszego myślenia i przejrzystość jest kluczową umiejętnością w XXI wieku. Z powstaniem komputerów jest to bardziej wartościowa umiejętność niż szybkie obliczanie.



W planszy brakuje przeciwnych rogów.

Czy możesz przykryć pozostałe 62 pola używając 31 pionków domino (jak ten na zdjęciu)?

Wydaje się proste. Jakkolwiek, jest 32 czarnych i 30 białych pól do przykrycia. Każde domino przykrywa 1 białe i 1 czarne pole, 31 domino zakrywa 31 czarnych i 31 białych pól. Dlatego nie jest możliwe, aby przykryć planszę. PRZEKONUJĄCE?



## Zadawanie pytań to też nauka

„Zadaję pytania; chce wiedzieć dlaczego.  
Przyzwyczaili się, że zadaję pytania i jestem tam jedyną kobietą.”  
– Katherine Johnson (NASA Matematyczka na programie Apollo)

Ciekawość, odporność, niezależność i pewność są podstawowymi cechami, jakich Państwa dziecko potrzebuje, aby uzyskać płynność, a następnie zachować wiedzę matematyczną, którą nabyło. Nie ma nic złego w tym, że nie zna się wszystkich odpowiedzi tak długo jak pomagamy mu rozwijać strategię, aby je znaleźć.

Poprzednio, na stronie 8, jeśli zapytają Państwo, „a co z czekoladkami pod przykrywką?” Bardzo dobrze. Myślicie Państwo matematycznie. Czy zdecydowaliście się je policzyć czy nie?

*Róbcie różne rzeczy razem i rozmawiajcie o nich.* Tak naprawdę, pomaga to dzieciom w matematyce jak również w podejmowaniu decyzji i ocenie ryzyka co będzie im pomocne przez całe życie. Jeśli się bawią, nie zadawajcie pytań, które nie mają nic wspólnego z zabawą dzieci.

Np.: nie pytajcie Państwo „ile jest klocków?”, jeśli odciągnie to dziecko od zajęcia, które właśnie wykonuje.



*Zadawajcie Państwo pytania mające związek z tym co dziecko robi np.:* „Ile osób jest w różowej wieży?” „Ile osób może być w niebieskiej wieży, mniej czy więcej niż w różowej wieży?”, „Dlaczego?”

Nie jest łatwo odpowiadać na pytania dziecka. Zarówno pytania zadawane przez dziecko jak i przez Państwa są częścią procesu nauki.

*Pamiętaj,* kiedy pytamy dziecko DLACZEGO (należy tak robić!), staramy się sprawdzić, co nasze dziecko rozumie np.: chcemy się dowiedzieć, co ono wie lub co myśli. Gdy dziecko pyta DLACZEGO – po prostu chce się nauczyć.

Jakie pytania przychodzą do głowy?



## Wiedza ponad wszelką wątpliwość

„Możliwe, że najlepiej określe moje doświadczenie z matematyką opisując wejście do ciemnego zamku. Wchodzisz do pierwszego pokoju i jest ciemno, zupełnie ciemno. Potykasz się, wpadasz na meble. Stopniowo uczysz się, gdzie który mebel stoi. W końcu, mniej więcej po sześciu miesiącach, znajdujesz włącznik i włączasz światło. Nagle wszystko jest rozświetlone i dokładnie widzisz, gdzie jesteś. Wtedy wchodzisz do drugiego, ciemnego pokoju...”

- Andrew Wiles (profesor matematyki w Princeton University, który w końcu rozwiązał problem, nad którym głowiono się przez 350 lat)

Odkrycie czegoś nowego i podzielenie się tym z innymi przynosi wiele radości. Nie chcemy widzieć, jak nasze dzieci się meczą i chcemy, aby znały odpowiedź, więc często zbyt szybko im pomagamy i właściwie zabieramy im satysfakcję z samodzielnego odkrycia. **Odpowiedź może nie być nową teorią, ale będzie nowa dla dziecka.** Radość z sukcesu daje pewność i zaciekawienie, aby iść dalej. Samo poznanie poprawnej odpowiedzi może pozostawić nas z uczuciem gorszości, że sami jej nie znaleźliśmy.

*Dyskutuj o zmaganiach;* sprawia, że jesteśmy bezbronni, ale buduje nam drogę do rozwoju zrozumienia. Jest to więcej niż nauka na błędach. Błąd jest wtedy, gdy nie zrobimy tego, co zamierzaliśmy zrobić. Często to, co określamy jako błąd, nie jest nim, ponieważ zrobiliśmy to, co planowaliśmy zrobić. Tylko mieliśmy zły plan. Uczymy się znacznie więcej, kiedy zdamy sobie sprawę, że to co zaplanowaliśmy zrobić, nie działa. Rzadko kiedy istnieje coś takiego jak niemądry błąd. Błąd został czymś spowodowany. Np.: starając się skończyć zadanie zbyt szybko lub mając zupełnie błędne wyobrażenie.

8 + 6 = 2. Czy to prawda?

Czy zrobiłem błąd? Czy jest to błąd w sensie tego co myślisz?

Czy zdjęcie pomoże?



*Spróbuj rozwiązać ten sam problem w inny sposób,* może to pomóc wyjaśnić zrobiony błąd i pogłębić zrozumienie. Wiedzieć co należy robić, aby coś działało, jest tylko początkiem. Możemy nauczyć się więcej rozwiązując jeden problem na pięć sposobów niż rozwiązując pięć różnych sposobów na raz. Z czasem uczymy się jak robić to bardziej skutecznie. Jednakże, **czas** jest kluczem. Musimy spróbować jednej metody i sfrustrować się, aby docenić inną metodę. Proszę powstrzymajcie się Państwo od nauczania dziecka tego co widzicie jako lepszej metody, jeśli nie potrafi ono zrozumieć, dlaczego ona działa, co jest podstawą, jeśli dziecko chce połączyć naukę z danym problemem.

*Wątpliwości nie powinny być widziane jako coś złego,* jesteśmy wtedy otwarci na nowe pomysły, wypełnieni luk w naszym myśleniu. Ciężiej jest nauczyć się czegoś nowego, jeśli uważamy, że już to wiemy. „Nie jestem pewien, jaka jest na to odpowiedź.” Jest to częsta odpowiedź osób, które studiują matematykę na wysokim poziomie. Jest to widziane pozytywnie, ponieważ pokazuje, że chcą się dowiedzieć. Brak odpowiedzi, nie oznacza, że jesteśmy słabi z matematyki. Brak otwarcia na owe pomysły sprawia, że jesteśmy słabi.

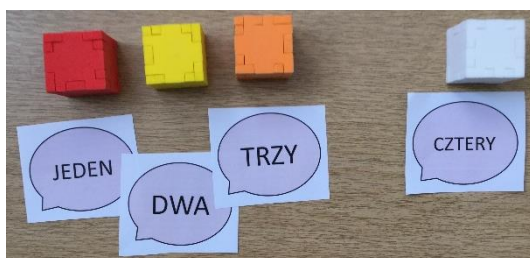
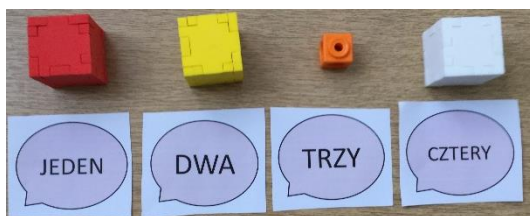
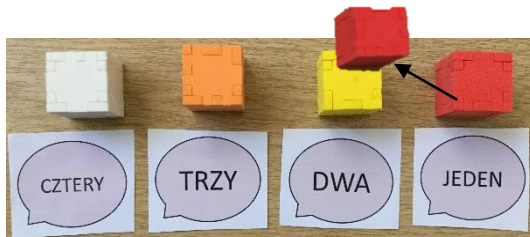
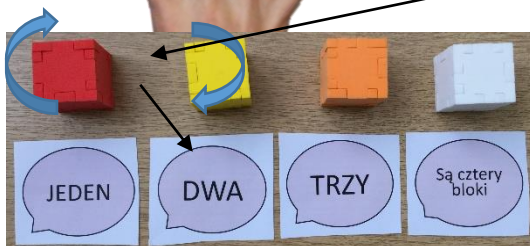
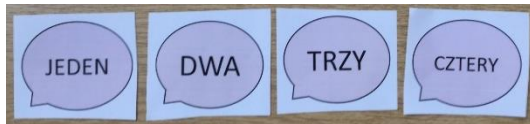




*Bądźcie Państwo pozytywni* ze swoim dzieckiem, jeśli powie „Nie wiem” i pomóżcie im obudzić w nich *ciekawość*.

## Załącznik 1

### Główne zasady liczenia



✚ Zawsze mów cyfry w tym samym stałym porządku 1, 2, 3... (uporządkowane). Baw się klaszcząc w dłonie, śpiewając piosenki.

Jednocyfrowe liczby do jednego przedmiotu (zasada jeden na jeden). Dotykaj palcami, ustawiaj przedmioty w zbiory (pojemniki), jeśli potrzeba. Pokazuj palcem każdą małą zbiór, gdy liczysz.

✚ Ostatnia policzona cyfra określa liczbę (liczność). Powtarzaj pytanie po policzeniu. To ile jest? Im młodsze dziecko, tym bardziej prawdopodobne, że policzy od nowa. Pytaj – w końcu otrzymasz odpowiedź bez ponownego obliczania.

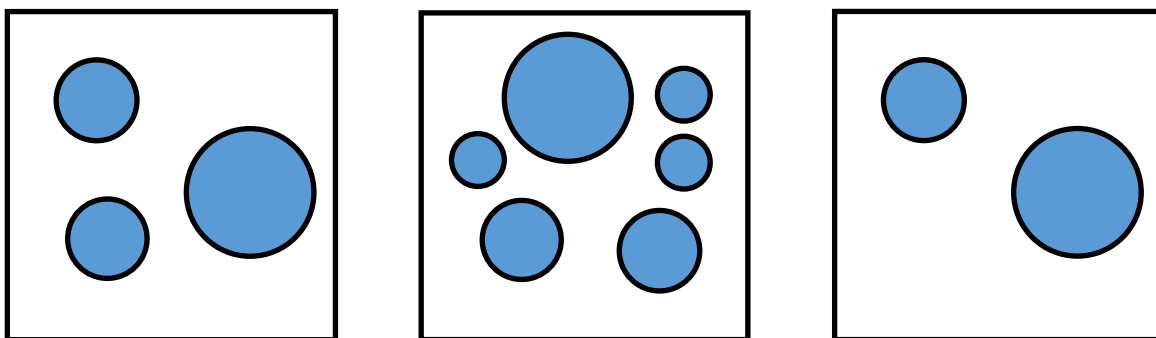
✚ Kolejność w jakiej przedmioty są liczone nie ma znaczenia (zaczynaj liczyć od końca, od środka, od prawej do lewej, do góry i do dołu). Znowu stwórz małe zbiory przy liczeniu każdego przedmiotu w całej grupie podkreślaj nazwę liczby.

✚ Określenie (np.: rozmiar czy kolor) nie są ważne. Liczy się rzeczownik podczas liczenia np.: 1 klocek, 2 klocki. Rzeczownik może być nienamacalny jak dźwięki.

✚ Położenie przedmiotu nie ma znaczenia. Ważna jest przedstawienie różnych form liczb.



Te zasady są podstawowe w umiejętności liczenia. Trudności można czasem pokazać prostymi wzorami kropek.



Podczas pytań takich jak

- Ile jest kropek?
- W której ramce jest więcej kropek?
- W których dwóch ramkach jest razem pięć kropek?
- Która ramka może być reprezentowana przez cyfrę 6?

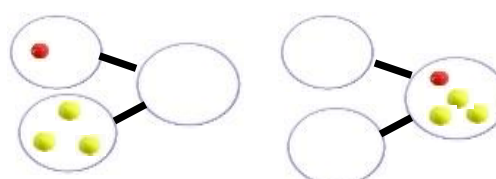
które mogą wydawać się proste, są podstawowe w naszej umiejętności pracy matematycznej. Jeśli Państwa dziecko ma trudności w udzieleniu odpowiedzi na pytanie, może wskazywać to na długoterminowe trudności z numerami i należy na to zwrócić uwagę wcześniej.

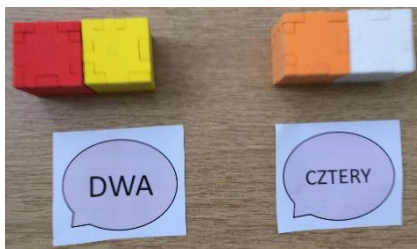
Wzór może być tradycyjny, tak jak na kostce lub kartach do gry lub bardziej przypadkowo wybrany. Im większa liczba kropek, trudniej jest określić ilość bez jakiejś strategii liczenia. Jeśli Państwa dziecko ma trudności z policzeniem, należy podać mniej kropek.



✚ Układanie zbiorów przedmiotów. Widzenie zbioru jako całości bez potrzeby liczenia z powodu jego struktury. Gumki (lub układanie na talerzach) pomagają dzieciom zobaczyć liczbę przedmiotów jako jeden zbiór np.: 4. W środkowej ramce z kropkami, czy grupowaliście Państwo kropki dla łatwiejszego obliczenia? FOUR - cztery

✚ Zdawanie sobie sprawy, że liczby składają się z cyfr (włączanie). Fizyczne przesuwanie przedmiotów z części do całości i z całości do części jest pomocne. THREE - trzy





✚ łączenie (liczenie po dwa, pięć, dziesięć, itd.)  
Podczas gdy łączenie jest ważne, uczenie się tabliczki mnożenia nigdy nie powinno zmierzać do powtarzalnej czynności. Nie jest to też ćwiczenie na szybkość. TWO - dwa

✚ Zrozumienie relatywnej pozycji cyfr wobec siebie. Na początku ciągi liczbowe, które nie mają przerw między cyframi umacniają to lepiej niż oś liczbowa. Stosujcie Państwo określenia jeden więcej (one more), jeden mniej (one less) (bez dodawania 1 lub 1 po, co jest potem, dwa więcej, dwa mniej). Gry z zapisem wyników mogą być pomocne.

Proszę upewnić się, że Państwa dziecko czuje się pewnie operując cyframi do 10 np.: wie, że sześć to pięć i jeden albo cztery i dwa lub nawet z trzy dwójki, zanim zacznie obliczać większe liczby, których nazwy może znać, ale nie rozumie tak naprawdę tej liczby. Czy naprawdę rozumiemy co to jest milion albo miliard, kiedy słyszymy taką nazwę? Wtedy Państwa dziecko łatwo połączy, że 60 to 6 dziesiątek i powie, że to 4 dziesiątki i 2 dziesiątki. (40+20).

### Który obrazek jest pomocny w liczeniu?



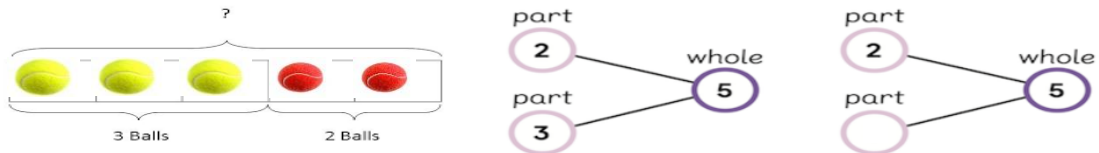


## Załącznik 2

“Wielu, którzy mieli szansę dowiedzieć się więcej o matematyce myślą ją z arytmetyką i uważają, że jest to jałowa, mało interesująca nauka. W rzeczywistości jednak jest to nauka, która wymaga, wielkiej wyobraźni”

– Sofia Kovalevskaya (Pierwsza kobieta, która została profesorem matematyki w latach 1880)

**Dodawanie i odejmowanie;** problemy mogą być widziane jako dwie różne części całego zbioru. Pokazane jest to często przez wykres część całości. Pomocne i zabawne jest ukrycie części numeru.



Pomocne może być podkreślenie rzeczownika w każdej części (part) i całości (whole) np.: 3 (żółte) piłki (balls) i 2 (czerwone) piłki dają razem 5 piłek.

Ma to później sens, aby zastąpić rzeczownik matematycznymi pojęciami np.: 30 + 20 określone jako 3 dziesiątki i 2 dziesiątki daje razem 5 dziesiątek lub 0.3 + 0.2 określone jako 3 dziesiąte i 2 dziesiąte daje razem (0.5) i tak dalej.

**KLUCZOWA STRATEGIA:** Należy wiedzieć, jakie cyfry trzeba dodać, żeby wyszło 10.

Alternatywnie dodawanie i odejmowanie może reprezentować zmiany zachodzące z czasem. Po tym jak 2 kaczki odpłynęły, zostały tylko 3 kaczki. Ile było ich na początku?

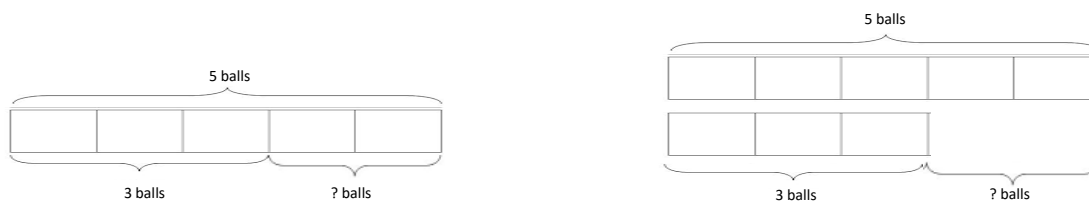
Dodawanie i odejmowanie może być użyte do porównania dwóch zbiorów. Siostra ma o 3 więcej cukierki niż jej brat. .

### „Co to za zadanie?”

Mam 5 piłek. Straciłem 3. Ile mi zostało? (zmiana z czasem)

Mam 5 piłek. Mój kolega ma 3. O ile więcej od niego mam piłek? (porównanie)

Mamy 5 piłek a on ma 3. Ile ja mam piłek? (część całości)



W każdym pytaniu zastosowano takie samo obliczenie, ale ma ono zupełnie inną strukturę. Który wykres pomaga w zrozumieniu którego pytania?

Patrzymy na jedno obliczenie w różny sposób przynosi więcej pożytku niż patrzenie na wiele obliczeń w ten sam sposób.

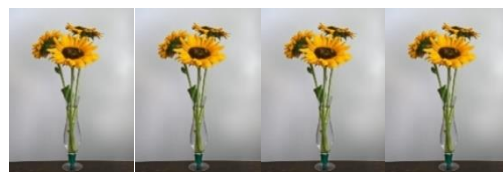




**Mnożenie** układanie pojedynczych (przedmiotów) jednostek w grupy (np.: trójki lub czwórki). Liczenie tych grup polega na liczeniu po kilka (powtarzanie dodawania) i z czasem na rozpoznawaniu typowych wyników.


Może to pomóc powiązać mnożenie z kontekstem obrazowym.

Czy  $4 \times 3$  to tyle samo co  $3 \times 4$ ?



Na przykład, 3 flakony z 4 kwiatami w każdym to razem 12 kwiatów. 4 flakony z 3 kwiatami w każdym to również 12 kwiatów razem. Suma kwiatów jest taka sama, ale ilość flakonów jest inna. Dlatego, aby nauczyć się zależności w mnożeniu cyfr, ważne jest, aby zrozumieć mnożenia a nie tylko wyuczyć się na pamięć.

Poświęcamy dużo czasu i wysiłku, aby nauczyć się „tabliczki mnożenia”. Wartości powstałe z mnożenia dwóch jednocyfrowych liczb to po prostu nowa grupa nazw cyfr np.: 4, 8, 12, 16, 20 .....tak jak 1, 2, 3, 4, 5 ... w celu obliczeń. Aby nauka tych nowych zależności była skuteczna, musi być zabawna i.....

1. *Naucz się liczyć grupami* np.. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, potem usuń cyfry pomiędzy, aby zostawić 4, 8, 12. Jest to tworzenie nowego stałego porządku nazw cyfr tak jak się dzieje podczas pojedynczego liczenia.
2. *Wizualizuj*. Narysuj rząd kropek, które mają reprezentować każdy przedmiot. 
3. *Wydedukuj nowe fakty ze znanych już faktów*. Kiedy rozmiary małych rzędów takich jak 4 zbiory po 3 są już znane (określone), nowe prawidłowości mogą być łatwiej odkryte. KLUCZOWE STRATEGIE  
**podwajanie:**  $8 \times 3$  (8 zbiorów po 3) to podwojenie 4 zbiorów po 3 ( $12 + 12 = 24$ )  
**dodawanie:**  $8 \times 3$  (8 zbiorów po 3) to 5 zbiorów po 3 + 3 zbiorów po 3 ( $15 + 9 = 24$ )  
**odejmowanie:**  $8 \times 3$  (8 zbiorów po 3) to 10 zbiorów po 3 – 2 zbiorów po 3 ( $30 - 6 = 24$ )
4. *Powiedz całe zdanie w kontekście*, podczas ćwiczenia tabliczki mnożenia.  
3 torebki po 8 cukierków = 24 cukierki.

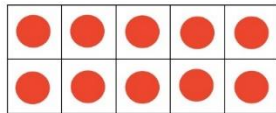
Nie należy zbyt szybko skupiać się na szybkości lub zapamiętywaniu, ponieważ prowadzi to do powstawania niepokoju, jeśli Państwa dziecko ma trudności.



Przemienność dodawania i mnożenia oznacza, że możemy obliczać w dowolnej kolejności, np.:

$3 + 4 = 4 + 3$  and  $3 \times 4 = 4 \times 3$ . Dowody sugerują, że organizujemy (pamiętamy) zależności między cyframi, preferując, kiedy większe cyfry idą pierwsze.

Gdy nauczymy się, że 2 zbiory po 5 dają 10, pozwala nam na reorganizację naszego myślenia, dając nam, że 5 zbiorów po 2 musi dać nam 10.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Nauczmy się  $2 \times 2$  do  $2 \times 9$ , potem  $3 \times 3$  do  $3 \times 9$  i tak dalej, aż  $3 \times 2$  będziemy widzieć jako  $2 \times 3$ .

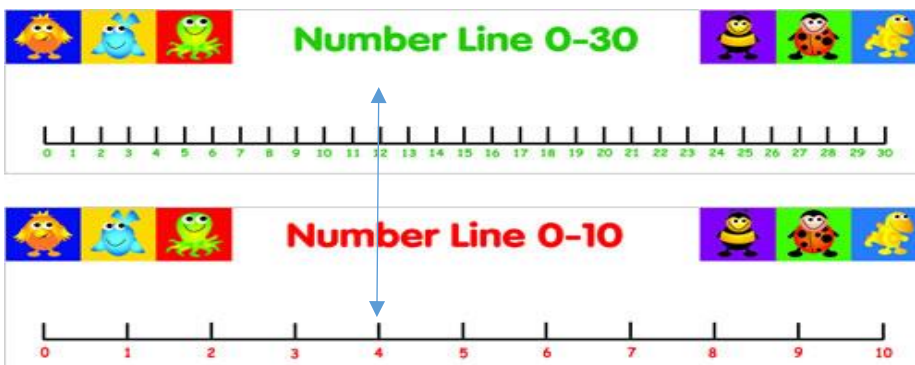
Idźmy tylko do  $5 \times 5$  początkowo obniżając ilości, na których mamy się skupić .

Może to utrwalić te zależności w naszej pamięci.

	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

Proszę pamiętać, aby zawsze skupić się na wizualizacji rzeczownika (np. kwiaty) niż tylko na zapamiętywaniu cyfr, co przyjdzie z praktyką. Będzie to pomagać w przyszłości w mnożeniu. Np.:  $0.3 \times 4 = 3$  dziesiątki  $\times 4 = 12$  dziesiątek = 10 dziesiątek i 2 dziesiątki = 1 całość i 2 dziesiąte = 1.2

Później mnożenie będzie połączone z gradacją na osi liczbowej. Zamiast widzieć mnożenie jako dodawanie tej samej cyfry do sumy, jest widziane jako zwiększanie i zmniejszanie. .



Odstępny na czerwonej osi liczbowej są trzy razy większe niż na zielonej osi.

Prowadzi to do wyciągania wniosków z działań mnożenia raczej niż do dodawania krok po kroku, jest to bardzo ważne, aby zrozumieć ułamki, współczynnik i proporcje.

Porównywanie ilości wody w każdej ze szklanek. Różnica w ilości wody w szklankach po lewej



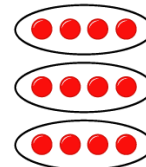
stronie jest taka sama jak w szklankach po prawej stronie. Jednakże jedna ze szklanek po prawej stronie ma dwa razy tyle co druga, nie jest tak jednak po lewej stronie.



**Dzielenie** można go uczyć na dwa sposoby. Grupowania i dzielenia. Jest działaniem dopełniającym się z mnożeniem.

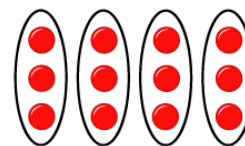
Grupowanie – wiemy ile jest w każdym zbiorze i chcemy wiedzieć ile jest zbiorów.

Przeczytaj/ powiedz  $12 \div 4$  jako 12 pogrupowane w 4 zbiory. Dlatego są 3 zbiory.



Dzielenie – wiemy ile zbiorów nam potrzeba, ale nie wiemy ile ma być w każdym zbiorze.

Przeczytaj/ powiedz  $12 \div 4$  jako 12 podzielone na 4 zbiory. Dlatego są 3 w każdym zbiorze.

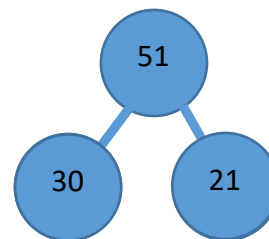
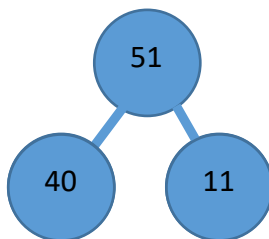
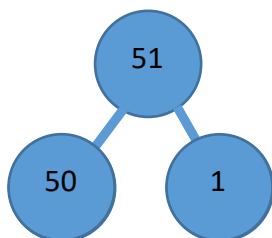


Są one zamienne. Stosowanie pojęcia grupowania w zbiory i dzielenia z Państwa dzieckiem, pomoże mu to zrozumieć koncepcje i pozwoli mu na skuteczne wyobrażenie sobie podczas obliczania.

## Segmentowanie

Zachęcajcie Państwo swoje dziecko do przyglądania się segmentowaniu wielocyfrowych liczb (rozdzielanie liczby na dwie części) na różne sposoby. Pomaga to prowadzić bardziej skuteczne obliczenia.

Które segmentowanie pomaga w obliczeniach  $51 - 29$ ? Które pomaga  $51 \div 3$ ?



## Przemianowanie

Przemianowanie cyfry oznacza zmianę rzeczownika w nazwie cyfry. Np. 1900 jeden tysiąc i dziewięć setek to to samo co dziewiętnaście setek. To, tak samo jak segmentacja, może pomóc w bardziej skutecznym obliczaniu.

$400 = 4$  setki. Po przemianowaniu powstaje 40 dziesiątek. Więc  $400 \div 5 = 40$  dziesiątek  $\div 5 = 8$  dziesiątek  $= 80$

$\frac{1}{2} \div 3$  jedna druga jest przemianowana na 3 szóste.  $3$  szóste  $\div 3 = 1$  szósta  $= \frac{1}{6}$  (mówimy jedna szósta a nie jeden nad szóstką)



### Załącznik 3 Użyteczne( ale nie podstawowe) źródła

#### Telewizja/ Książki/ Multimedia:

Numberblocks – cbeebies  
Opowiadania (przed snem też można czytać książki matematyczne)  
Maths for Mums and Dads (Matematyka dla matek i ojców) – Eastaway and Askew  
Mathpickle.com  
Brainingcamp - aplikacje



Słowniki językowe i glosariusze: <https://acceal.org.uk/maths/>

#### Gry:

- ✚ Wszystkie gry ze zwykłymi kartami do gry
- ✚ Wszystkie gry z kostką
- ✚ Karkason
- ✚ Domino
- ✚ Zgadnij kto
- ✚ Pass the Pigs
- ✚ Patchwork
- ✚ Snakes and Ladders
- ✚ Sushi Go Party

$\leq$	smaller than or equal to	<i>menor ou igual a</i>
$\%$	per cent	<i>por cento</i>
$:$	ratio	<i>razão</i>



#### Puzzle:

- ✚ Wszystkie puzzle w SmartGames
- ✚ Wszystkie puzzle ThinkFun
- ✚ Pentomino
- ✚ Kostka Soma
- ✚ Tangrams
- ✚ Tantrix





## Załącznik 4 Twierdzenia i pytania pomocne w prowadzeniu dyskusji matematycznej

### Jak rozpoczynamy zdania

Pierwszą rzeczą, którą zrobiłem było.....

Wiedziałem już .....więc .....

Zauważyłem, że.....

Jak tylko się zorientowałem ..... wtedy mogłem .....

Nie było dobrze kiedy ..... więc .....

Najtrudniejszą częścią dla mnie było ..... ponieważ .....

Najłatwiejszą częścią dla mnie było ..... ponieważ .....

Mogło tak być ..... ponieważ .....

Nie mogło tak być..... ponieważ .....

### 1. Pytania na rozpoczęcie

Mają one formę pytań otwartych, które skupiają myślenie Państwa dziecka w ogólnym kierunku i daje im punkt rozpoczęcia.

Przykłady:

Jak możesz to poukładać.....?

Ile sposobów możesz znaleźć, żeby ..... ?

Co się stanie kiedy ..... ?

Co można z tego zrobić....?

Ile różnych..... można znaleźć?

### 2. Pytania stymulujące matematyczne myślenie

Pytania te mogą pomóc Państwa dziecku w skupieniu się na konkretnych strategiach i pomóc mu w dostrzeżeniu zależności i powiązań. Pomaga to w uformowaniu się silnych powiązań między pojęciami. Pytania te mogą służyć jako przypomnienie, kiedy Państwa dziecko "utknie". (Jest często kuszące, aby zamienić te pytania w instrukcje, które najprawdopodobniej znacznie słabiej będą stymulować jego myślenie)

Przykłady:

Które są takie same?

Które są różne?

Czy możesz je pogrupować .....w jakiś sposób?

Czy widzisz zależność?

W jaki sposób zależność ta może pomóc Ci znaleźć odpowiedź?

Co uważasz, że nastąpi później? Dlaczego?

Czy jest sposób zapisania tego co znalazłeś, co może pomóc nam znaleźć więcej zależności?

Co się stanie jeśli...?



### 3. Pytania oceniające

Zadając tego typu pytania prosimy dziecko, aby wyjaśniło co robi lub jak doszło do tego rozwiązania. Pozwalają na to, by zobaczyć jak Państwa dziecko myśli, co rozumie i na jakim poziomie pracuje. Oczywiście najlepiej zadawać je, gdy Państwa dziecko miało czas, aby poczynić postępy w rozwiązywaniu problem, zapisać pewne wnioski i może nawet dojść do jednego rozwiązania.

Przykłady:

Co odkryłeś?

Jak to odkryłeś?

Dlaczego tak uważasz?

Co spowodowało, że zrobiłeś to w ten sposób?

### 4. Pytania do końcowej dyskusji

Pytania te zbierają razem nasze myśli i zachęcają do dzielenia się nimi i porównywania strategii i rozwiązań. Jest to ważna faza w matematycznym procesie myślenia. Daje możliwości do dalszych refleksji i uzmysłowienia sobie pojęć i zależności matematycznych. Zachęca dzieci do oceny ich własnej pracy. .

Przykłady:

Czy jest jakieś inne rozwiązanie?

Dlaczego/ dlaczego nie?

czy znaleźliśmy wszystkie możliwości?

Skąd to wiemy?

Czy myślałeś o innym sposobie w jaki można to zrobić?

Czy myślisz, że znaleźliśmy najlepsze rozwiązanie?

Co byś zmienił, aby stworzyć nowy problem?

Jest też bardzo korzystne, aby zachęcać dziecko do stawiania jego własnych pytań i szukania na nie odpowiedzi.

(oparto na NRICH – Stosowanie pytań w celu stymulowania myślenia matematycznego)



## Załącznik 5 – Sugerowane pomysły

### Początkowe lata poziom przedszkolny Etap/ KS1

#### Matematyka ma cel i publiczność

- ✚ Pomagajcie Państwo stosować się do przepisu, używając wagi, kubka i łyżki, rozmawiajcie o pomiarach.
- ✚ Płaćcie za towary w sklepie monetami i banknotami.
- ✚ Szukajcie kształtów i wzorów w otoczeniu, używajcie języka matematycznego, aby je opisać, zaokrąglony, prosty, płaski, twardy...
- ✚ Wspomagajcie zrozumienie koncepcji czasu, mówcie o powtarzających się zajęciach, rozmawiajcie na temat różnych pór dnia.
- ✚ Bawcie się wodą wypełniając zbiorniki i podając terminologię: pełny i pusty.

#### Rozwijanie miłości do matematyki

- ✚ Pokazujcie pewność siebie, patrzcie i odkrywajcie, zachęcajcie do słuchania i rozmawiajcie z dzieckiem o matematyce np.: śpiewajcie rymowanki o liczbach i historyjkach matematycznych.
- ✚ Pokazywanie i dzielenie się radością płynącą z matematyki, grając w gry takie jak domino, snap i dzielenie się opowieściami.
- ✚ Znajdźcie Państwo czas na to, aby odkrywać i powtarzać.
- ✚ Oglądajcie tablice rejestracyjne, numery domów i znaki drogowe, kiedy idziecie na spacer – matematyka otacza nas wszędzie.

Dzieląc się upodobaniem do rozmiarów (liczenia) i odnajdywania wzorów pomaga nie tylko w czasie, gdy Państwa dziecko zaczyna szkołę, ale podczas dalszych lat nauki.

### Matematyczne klocki do budowy

- ✚ Znajdźcie Państwo różne możliwości, aby rozmawiać z dzieckiem o matematyce podczas codziennych rozmów np.: licząc kroki i dopasowując dwie takie same skarpetki.
- ✚ Zapewnijcie Państwo dziecku wiele różnych możliwości rozwijania zdolności oznaczania poprzez zapewnienie mu różnych przyborów np.: patyki w piachu farby, kreda.
- ✚ Codzienne życie dziecka zapewnia praktyczne możliwości nauki o liczbach, kształtach i przestrzeni np.: sprzątając, należy kłaść podobne przedmioty razem, kierując wózkiem, ile potrzebujemy widelców i noży nakrywając do stołu.
- ✚ „Pokaż mi 5 różnych owoców”.
- ✚ Mówcie o składowych liczb np.: 5 składa się z 2 i 3.

### Rozwijanie płynności

- ✚ Zadajcie dziecku pytanie i pomóżcie mu rozwinąć jego odpowiedź np.: ‘Zastanawiam się dlaczego...’
- ✚ Wspierajcie Państwo swoje dziecko ćwicząc umiejętności w zabawie np.: licząc na głos do przodu i do tyłu
- ✚ Powtarzanie ulubionych zajęć matematycznych Państwa dziecka pozwala dziecku zapoznać się z nimi dobrze i utrwalić wcześniejszą wiedzę.
- ✚ Ćwicz zabawę palcami. Przyporządkuj palcom kolory a potem numery. Dotknij jednego z palców dziecka i poproś, aby bez patrzenia powiedział kolor/ numer. Poproś, aby dotknęło czegoś o tym samym kolorze lub z tym samym numerem.



## Początkowe lata poziom przedszkolny Etap/ KS1

### Podejmowanie ryzyka

- ✚ Zachęcajcie Państwo swoje dziecko, aby zawsze próbowało.
- ✚ Zachęcajcie Państwo swoje dziecko do zadawania pytań.
- ✚ Pokażcie dziecku, że nie ma nic złego w popełnianiu błędów.
- ✚ Nagradzajcie wysiłki i wszelkie próby nawet jeśli nie do końca się udają.
- ✚ Przewidujcie i patrzcie co się stanie.

Jeśli dzieci słyszą od swoich rodziców lub przyjaciół, że oni nie umieją matematyki, zaczną wierzyć, że nie jest ona ważna albo że nie warto próbować, robiąc działania matematyczne. Zachęcajcie Państwo do czerpania radości i uczenia się pewności siebie podczas poznawania otaczającego nas świata w matematyczny sposób.

### Niezależność

- ✚ Zapewnijcie Państwo dziecku różne możliwości zabaw matematycznych w domu np.: drewniane pionki do liczenia, klocki do budowania, bajki o cyfrach.
- ✚ Dajcie Państwo swojemu dziecku **czas**, aby spróbowało, zanim mu pomożecie. Dawajcie przykłady matematycznych wyjaśnień, kiedy wykonujecie zadania jako dorośli np.: Użyłem trójkąta, ponieważ...

### Sprawdzanie odpowiedzi

- ✚ Pokażcie Państwo swojemu dziecku błąd, który zrobiliście i jak go poprawić.
- ✚ Pokazujcie robienie błędów i poprawianie ich mówiąc np.: „1,2,3,5 nie 1,2,3,4.”  
Jeśli dziecko źle wymówi słowo np.: nazwę kształt, powiedzcie je prawidłowo bez zwracania uwagi na błąd popełniony przez dziecko.

### Rozmowa i wizualizacja

- ✚ Rozmawiajcie Państwo z o nowych pomysłach i doświadczeniach z przedszkola i szkoły, wizytach, książkach i programach telewizyjnych.
- ✚ Podczas zajęć ruchowych zachęcajcie Państwo do nauki matematyki poprzez liczenie podczas kopania piłki, wspinaczki i biegania.
- ✚ Rozwijajcie Państwo terminologię matematyczną podczas zabaw takich jak liczenie monet w czasie zabawy w sklep.
- ✚ Posadźcie rośliny i rozmawiajcie o zachodzących w nich zmianach.
- ✚ „Każdy owoc kosztuje 1GBP. Na co można wydać 5GBP?”

## KS1/KS2

### Matematyka ma cel

- ✚ Włączcie Państwo swoje dziecko w codzienne zajęcia, podczas których używacie matematyki – robienie zakupów, odmierzanie składników, zwiększanie lub zmniejszanie ilości w przepisie, aby nakarmić odpowiednią ilość osób, mierzenie i obliczanie powierzchni pokoju i używanie rozkładu jazdy autobusów, aby określić jak długo zajmie podróż z jednego miejsca do drugiego. Odbądźcie tę podróż. Czy przyjechaliście wcześniej/ później niż było oczekiwane? O ile?
- ✚ Grajcie w gry i układajcie, puzzle, które zawierają działania matematyczne, razem z dzieckiem. Takie zajęcia mogą dotyczyć kierunku lub czasu, logicznego myślenia, sortowania, klasyfikowania, i/ lub szacowania.

### Rozwijanie miłości do matematyki

Możecie Państwo pomóc rozwinąć umiejętności matematyczne swojego dziecka poprzez:

- ✚ Pozytywne podejście i mówienie o sposobach, kiedy używacie matematyki na co dzień.
- ✚ Zachęcanie dziecka, aby było wytrwałe, kiedy wydaje się, że problem jest trudny—zapytajcie je, jak możecie pracować razem, aby wymyśleć rozwiązanie i nagradzajcie jego wysiłki.
- ✚ Dawanie dobrego przykładu poprzez udzielanie pozytywnych odpowiedzi i pozytywne nastawienie do matematyki.
- ✚ Granie w gry, które wymagają myślenia i strategii. Wymyślajcie Państwo gry, gdy jeździcie w różne miejsca. Bawcie się.

### Klocki matematyczne

- ✚ Poszukujcie Państwo z dzieckiem interesujących tematów i rozmawiajcie o nich.
- ✚ Zachęcajcie Państwo dziecko do rozmowy o strategiach i skutecznych metodach.
- ✚ Aktywnie zachęcajcie Państwo dziecko do rysowania obrazków reprezentujących ich teorie. Rozmawiajcie o pomysłach lub terminologii, które mogą być trudne do zrozumienia.

### Rozwijanie płynności

- ✚ Zadajcie dziecku pytanie i pomóżcie mu rozwinąć jego odpowiedź np.: 'Zastanawiam się dlaczego...'
- ✚ Wspierajcie Państwo swoje dziecko poprzez ćwiczenie umiejętności poprzez zabawę, sprawdzajcie, czy liczą lepiej używając metod pamięciowych.
- ✚ Powtarzanie ulubionych zajęć matematycznych Państwa dziecka pozwala dziecku zapoznać się z nimi dobrze i utrwalić wcześniejszą wiedzę.
- ✚ Pomóżcie Państwo dziecku nauczyć się rozkładania liczby na składniki i tabliczki mnożenia, poprzez logiczne myślenie i wizualizację— Poprzez zabawę.



### Podejmowanie ryzyka

- ✚ Zachęcajcie Państwo swoje dziecko do, aby zawsze próbowało i jeśli jest to konieczne, sami też próbujcie.
- ✚ Jeśli odpowiedź będzie zła, nie jest to błąd, ale szansa na dostosowanie swojego myślenia.
- ✚ Zachęcajcie Państwo swoje dziecko do zadawania pytań.
- ✚ Pokażcie Państwo swojemu dziecku, że nie ma nic złego, jeśli nie zna się odpowiedzi i aby wyjaśniło co starało się zrobić, aby znaleźć rozwiązanie problemu.
- ✚ Nagradzajcie wysiłek i wszelkie próby, nawet jeśli nie są poprawne.
- ✚ Przewidujcie i zobaczcie, co się stanie.

### Niezależność

- ✚ Omówcie Państwo z dzieckiem pracę domową, kiedy skończy ją odrabiać.
- ✚ Zapewnijcie materiały pomocnicze — przedmioty, linijkę, kalkulator, tabelkę z cyframi.
- ✚ Zachęcajcie Państwo swoje dziecko do szukania rozwiązania problemów i tego, w jaki sposób mogą znaleźć rozwiązania **na więcej niż jeden sposób. Możemy więcej nauczyć się rozwiązując jeden problem na pięć innych sposobów niż pięć problemów w jeden sposób.**



### Spawdzajcie Państwo odpowiedzi

- ✚ Zachęcajcie dziecko do sprawdzania jego odpowiedzi i rozważenia czy są one właściwe kontekście zadanego pytania.
- ✚ Jeśli Państwa dziecko opisuje swoją pracę w sposób, którego nie rozumiecie lub myślicie „Wiem o co Ci chodzi, ale jest to niejasne”, poproście je o znalezienie innego wyjaśnienia.
- ✚ Dobrze jest mieć brudnopis do rozpisania ćwiczeń.

### Rozmowa i wizualizacja

- ✚ Wskazujcie Państwo matematyczne kształty lub ustawienia, kiedy zauważycie je w ciągu dnia.
- ✚ Pokazujcie zależności i zastanawiajcie się, dlaczego do nich dochodzi.
- ✚ Pytajcie, „Co widzisz?” i „skąd to wiesz?”
- ✚ Nie spieszcie się mówić czy odpowiedź jest dobra czy zła. Niech dziecko przekona Państwa, dlaczego odpowiedź jest dobra.
- ✚ Zachęcajcie używając matematycznego języka i połączonych zdań takich jak „Myślę, że....ponieważ”

## Załącznik 6 - Tangram

