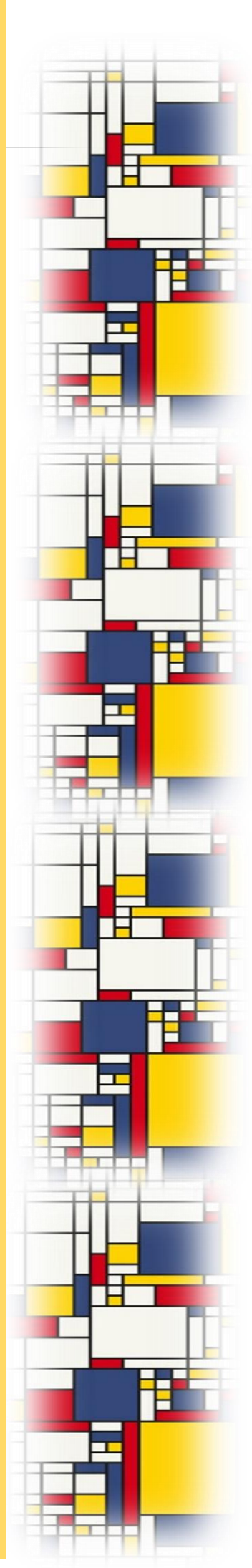


PENSAR MATEMÁTICAMENTE: UM GUIA PARA OS PAIS

Ajudá-lo/a a si ao/a seu/sua filho/a a encontrar oportunidades de falar matematicamente



Porque é importante para o/a seu/sua filho/a aprender matemática?

“Aprender matemática trata-se de olhar para o que você acha que entendeu e perceber que há um mistério mais profundo do que imagina.” - Dan Finkel (Formador de Professores)

As habilidades matemáticas de resolução de problemas e raciocínio contribuem para ter uma boa compreensão do mundo ao nosso redor. Estas constroem **confiança, resiliência e curiosidade**. As habilidades de pensamento crítico e a capacidade de **comunicar** o nosso raciocínio formam as necessidades básicas de muitos locais de trabalho, mas também ajudam a promover bem-estar positivo e **independência**.



Nas nossas vidas cotidianas, pensar matematicamente permite-nos:

- ✚ Colocar e resolver problemas, avaliar informações/riscos e tomar decisões coesas
- ✚ Explicar como resolvemos um problema e porque tomamos uma determinada decisão
- ✚ Ser confiantes e criativos em situações cotidianas, que com a tecnologia estão a mudar rapidamente.

Matemática em casa não se trata de completar muitos exercícios matemáticos. É uma oportunidade para trabalhar em situações praticamente indiferentes, onde o/a seu/sua filho/a pode ver a matemática como mais do que apenas números numa folha de papel. Não precisa de equipamentos caros, os objetos do dia a dia são ótimos.

- ✚ Cozinhar/ decoração/ jardinagem
- ✚ Jogar jogos ou fazer arrumações
- ✚ Planear viagens (decidir simplesmente quando sair de casa para chegar algures a horas)

Os objetivos deste guia

“Quer se trate de matemática, ensino, apoio parental outras áreas da sua vida, é realmente importante acreditar em si mesmo, acreditar que você pode fazer seja o que for. Acreditar nisso muda tudo.”

– Jo Boaler (Professor de Educação Matemática na Universidade de Stanford)

Este guia é para o ajudar a si e ao/a seu/sua filho/a a serem *criativos* em ver e explorar tudo o que vos rodeia, de uma forma matemática. Para salientar que matemática é mais do que calcular com números, que matemática ajuda a desenvolver o pensamento, a tomada de decisões e apoia a capacidade de resolução de problemas. Ao embarcar nesta jornada, tudo o que precisa é de alguma *curiosidade* e um pouco de autoconfiança. Ao longo do caminho, você e o/a seu/sua filho/a provavelmente perderão e ganharão confiança repetidamente, em relação à vossa capacidade de abordar e debater matemática, mas isso é natural à medida que desenvolvem resiliência e compreensão, bem como a alegria de ver o/a seu/sua filho/a fazer isso por si próprio/a.

Siga em frente, continue a questionar, *continue a pensar*. Com uma mente aberta, não há limite para o que pode vir a descobrir.



O intuito deste guia não é o de ensinar estratégias de cálculo específicas. Se deparado com um cálculo que não consegue resolver, não fique envergonhado – peça ajuda a amigos, na escola ou nos meios sociais e desenvolva uma conversa matemática. É aceitável não saber. É mais importante querer descobrir.

Matemática é uma língua e precisa de ser aprendida através de conversações. Existem links para glossários e dicionários bilingue mais tarde neste guia, para o/a ajudar a falar em linguagem matemática com o/a seu/sua filho/a. (Anexo 3)



A aprendizagem é mais eficaz para uma criança, quando é em parceria com os adultos que desempenham um papel significativo na sua vida. As atividades mencionadas neste guia não são intencionadas para substituir a aprendizagem escolar, mas sim para suplementá-la. Tempo é um fator chave na aprendizagem, e o quão mais podermos trazer a matemática para as nossas atividades diárias, desde uma tenra idade, mais o/a seu/sua filho/a está a aprender sem se aperceber. Pouco e frequentemente irá ajudar a consolidar a aprendizagem com o tempo.

Todos conseguem fazer matemática, algumas crianças só precisam **mais tempo** para fazê-lo. Este guia vai encorajá-lo/a a procurar oportunidades para **identificar padrões, visualizar, classificar, contar, medir, pensar, raciocinar, questionar**. Isso cria tempo extra para a matemática e, com o tempo, promove uma compreensão mais profunda do que nos cerca. À medida que o/a seu/sua filho/a vai crescendo, ele/a desenvolve essas habilidades ainda mais, à medida que as quantidades aumentam e os padrões se tornam mais complexos.

Para os propósitos deste guia, a palavra “pais” deve incluir guardiões, cuidadores e outros membros da família e amigos que possam ajudar as crianças a aprender matemática.

A palavra “criança e filho/a” destina-se a incluir crianças de todas as idades e pode ser substituída coletivamente por “crianças”, já que a matemática é uma atividade de grupo.

As perguntas deste guia são tanto para si quanto para o/a seu/sua filho/a.



Tenha uma atitude positiva em relação à matemática, independente das suas próprias convicções sobre o assunto. Isto irá ajudar a que o/a seu/sua filho/a seja mais bem-sucedido.

Isso inclui a sua linguagem corporal e abster-se de mencionar comentários tais como “**eu nunca fui bom a matemática**”. Tente não compartilhar as suas próprias ansiedades.



Não se preocupe em saber a resposta certa, mas em saber boas perguntas. Elas irão desenvolver o raciocínio do/a seu/sua filho/a. Ao tentar convencê-lo do que está a fazer, a criança irá resolver o problema sozinha. Eles têm tendência a aperceberem-se dos seus próprios erros e isso tira a pressão de cima de si, em ter de saber tudo. Encoraje-os a explicar-lhe o significado das suas respostas; ex. responder a uma resposta de “o bolo pesa 2000kg”, com “Oh, isso parece interessante/estranho..... como seria o seu aspeto?”

Não ensine ao/a seu/sua filho/a métodos que não podem ser explicados. Métodos/truques para responder a respostas podem esconder falhas na aprendizagem, que podem levar muito tempo a resolver. Matemática é mais do que memorizar factos e procedimentos.

Faça aproximações inicialmente e use a tecnologia para calcular tais equações, como calculadoras e computadores para apoiar a verificação e compreensão, onde adequado.

Aceite o facto de o/a seu/sua filho/a não saber algo, desde que haja um desejo de aprender. “Eu não sei, mas posso tentar...” Não aceite “Eu não entendo”; peça ao/a seu/sua filho/a que lhe coloque uma questão que iria ajudar à sua compreensão.

Não espere que o/a seu/sua filho/a faça os cálculos matemáticos rapidamente. A fluência vem com o tempo, em diferentes momentos e para diferentes crianças. Quando estamos prontos, revisitamos os nossos métodos e os tornamos mais eficientes. Se apressamos esse processo, isso causa stress e riscos, criando lacunas na compreensão. Portanto, não há cronogramas de desenvolvimento neste guia.

Tente responder à mesma questão de forma diferente mais que uma vez. Há sempre mais de uma maneira de obter uma resposta e, às vezes, mais de uma resposta à mesma pergunta. Responder a uma pergunta de várias maneiras desenvolve uma compreensão mais profunda de estratégias eficazes e quando usá-las.

SEJA CREATIVO & DIVIRTA-SE



Detetar padrões acontece o tempo todo

“Apesar de o mundo parecer confuso e caótico, se o traduzir para o mundo de números e formas, vão emergir padrões conforme vai começando a compreender porque é que as coisas são como são.”
– Marcus du Sautoy (Professor de Matemáticas na Universidade de Oxford)

Detetar padrões é um processo integral que fazemos subconscientemente todo o dia, usando todos os nossos sentidos para tomar decisões.



Encoraje o/a seu/sua filho/a a detetar padrões. Falar sobre estes padrões é muito matemático e uma parte muito importante do desenvolvimento do/a seu/sua filho/a. Colocar a questão, **“O que consegues ver?”** ilumina os padrões e as conexões que o/a seu/sua filho/a faz.



Lembre-se que o que eles descrevem são as observações deles, a visão que eles têm do mundo.

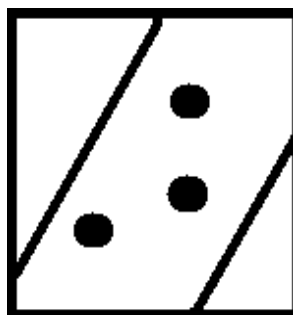
(A menos que eles lhe venham a pedir) tente não lhes impor os seus próprios padrões; a sua visão do mundo.

O que consegues ver?

Uma folha ou um triângulo?



Um quadrado, duas linhas paralelas e três pontos ou uma girafa a passar por uma janela?



Os padrões de extremidades ao longo de cada página são baseados na obra de Piet Mondrian. Há um excelente quebra-cabeças / desafio baseado nessas formas retangulares definidas por Gordon Hamilton do mathpickle.com (<http://mathpickle.com/project/mondrian-art-puzzles/>), um ótimo site de recursos classificados que inclui problemas não resolvidos que são ainda acessíveis para crianças mais novas.

Há **TANGRAMAS**



no final de cada página.

Essas sete formas podem ser organizadas (sem sobreposição) em muitos padrões diferentes. Elas têm a reputação de terem sido inventadas na China há mil anos atrás. Brincar com elas é uma ótima maneira de desenvolver consciência espacial, comprovada para melhorar com a prática.

Há um conjunto para recortar na parte de trás deste guia.



Visualização é chave

Sempre que pensamos de forma matemática, nós usamos 5 vias mentais e 2 delas são visuais. Isso ajuda o seu cérebro a pensar em matemática visualmente, não apenas em números. Você pode desenhar

QUALQUER ideia matemática!

- YOUCUBED (uma organização que inspira, educa e capacita professores de matemática).

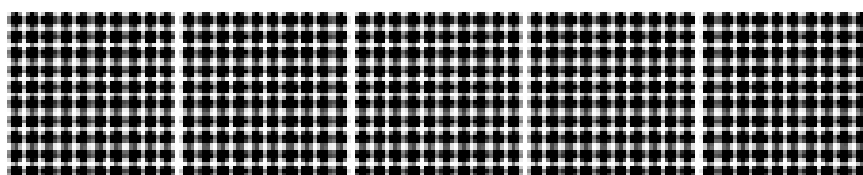
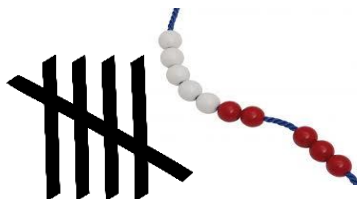
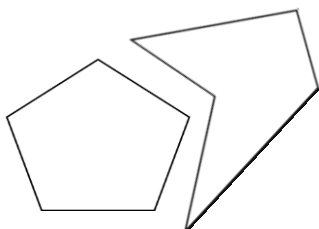
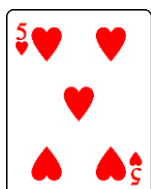


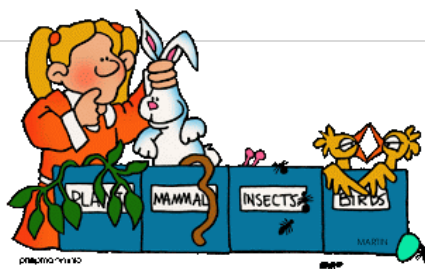
Crie imagens (mentais) para ajudar a formar conceitos matemáticos. Quer seja através de imagens ou através de histórias, é importante que o/a seu/sua filho/a tenha imagens fortes para apoiar uma compreensão profunda. De fato, a incapacidade de formar uma imagem pode muitas vezes apontar para um equívoco ou uma lacuna na compreensão (mesmo que uma resposta correta possa ser dada) e pode vir a causar dificuldades mais tarde.



Deixe-os, onde adequado, tocar, apontar e mover objetos. Eles estão a explorar e eles estão a aprender. Na verdade, assegure-se que eles veem e brincam com diferentes variantes do mesmo número ou forma. Isto é importante para frações também. Pratique a representação por dedos. identifique-lhes os dedos por cores, e depois números. Toque num dos dedos do/a seu/sua filho/a, e sem que eles vejam, peça para que eles lhe digam o número / cor. Peça que eles toquem em algo com a mesma cor ou número. Nós devemos fazer cálculos matemáticos com as nossas mãos.

Como é que vê 5?





Classificar é matemático

“Poderá perguntar qual é o uso de classificação, ornamentação e sistematização.
Eu respondo-lhe: ordem e simplificação são os primeiros em direção ao domínio de um assunto”
- Thomas Mann (romancista alemão e vencedor de Prémio Nobel)



Coloque os objetos por grupos/caixas (assim como quando está nas arrumações). Esta é uma boa prática de raciocínio matemático, e algo que fazemos naturalmente todos os dias. É importante que o/a seu/sua filho/a experiencie essa arrumação com objetos físicos e com critérios diferentes, tais como forma, tamanho, cor e textura.

Que grupos de frutas vê?

Se alguém os agrupar, pode adivinhar que critérios usaram para classificar cada um dos grupos?

Ex: é verde ou tem folhas



Ter formas diferentes do mesmo tipo de objeto quando está a tentar classificar objetos, (cores/tamanhos diferentes). Isto ajuda a minimizar mal-entendidos e permite definições precisas deles.

Se nós só vimos sempre maçã verdes, poderemos dizer que qualquer umas das vermelhas  não podem ser maçãs.

Estas duas formas geométricas



são pentágonos, mas podemos dizer que a da esquerda é muito mais comum e reconhecível.

Decidir qual objeto é diferente do resto do grupo é uma excelente atividade, especialmente se qualquer um dos objetos pode ser o “que não combina”. Ouvir a razão para a decisão deles pode ser muito revelador em relação ao nível de compreensão deles.



Contar é medir

“Aritmética é conseguir contar até vinte sem tirar os sapatos”
– Mickey Mouse

Adoramos saber como são os grupos grandes, por isso os contamos.

Conte tudo, amigos verdadeiros, pedaços de batatas num prato, meias, pedras, conchas, dedos..... Conte tudo agrupando, para ter a certeza que não ficou nada de fora. Fale e brinque com os números no decorrer o dia. Conte em forma decrescente, bem como crescente. Por vezes comece do zero.

Os números decimais, como treze (*thirteen*), são difíceis em inglês, use frases como 10 e 3, ou um dez e três, enquanto o/a seu/sua filho/a aprende os novos nomes. Afinal, dizemos cento e três.

Valorize os erros e escolha quando desafiá-los. Vinte e oito, vinte e nove, vinte e dez é lógico (como na França *soixante-dix*, sessenta e dez para setenta). Seu/sua filho/a não está errado, eles estão a aprender e a tentar seguir um padrão, o que é ótimo. Continuar o padrão permite que o/a seu/sua filho/a veja que um vinte e vinte e um são menos lógicos, então podemos sugerir que devemos aprender um novo nome, já que é sempre um novo nome depois de algo - 9.

Sugira uma resposta/aproximação antes de contar. Fazer uma sugestão como “parece que temos 8 maçãs aqui” **antes** de começar a contar ajuda o/a seu/sua filho/a a se concentrar no valor total.

Conte para um recipiente. Isso pode ajudar o/a seu/sua filho/a a consolidar a ideia de correspondência de 1 para 1 (um nome de número por objeto). Ajuda inicialmente contar com mais precisão do que apontar com um dedo, se eles puderem mover fisicamente o objeto.



Comece lentamente. Comece inicialmente a contar até cinco, (ver o Anexo 1: os princípios da contagem). Depois conte até dez da mesma forma, e subsequentemente mais além. A chave aqui é obter um senso profundo de um número em vez de apressar a contagem para lidar com números maiores. Aqui, maior não é melhor. Lembre-se do zero.

Quantos corações vê?

1, 2, 3 13, 14 (a contar) ou 4 e 2 grupos de 5, (escrever $4 + 2 \times 5$)
ou 4 grupos de 3 e 2 ou até 3 grupos de 5 menos 1 ou



Vá aumentando. À medida que o/a seu/sua filho/a cresce, calcule / conte o tamanho de grupos maiores. Eles não devem mais contar quantidades maiores em unidades, mas sim unificar



(ver grupos inteiros) e usar outras estratégias para contar (como adicionar 9, adicionar 10 e subtrair 1).

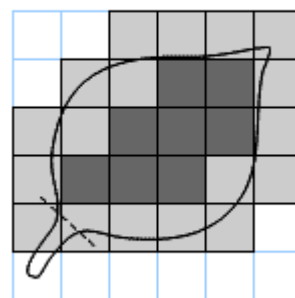
Se isso não estiver a acontecer, eles precisam voltar e praticar com números menores novamente. Contar pelos dedos não é errado, se suportar estratégias mais complexas do que apenas contar de um em um.

.... e medir é contar. Praticar medir quantidades diferentes informalmente ou de uma forma mais formal, com unidades padronizadas é excelente para cálculos matemáticos.

Informal



Formal



1 square = 1 cm²

O seu/sua filho/a precisará medir áreas, o que geralmente é uma contagem de quadrados. Fórmulas para encontrar áreas são apenas métodos eficientes de contagem, geralmente envolvendo multiplicação. A chave ainda é entender o que está a ser contando.

À medida que vão crescendo, isto ajuda as crianças a perceber que as habilidades que aprendem, como aritmética e medição, são essencialmente formas de contar. Ajudam a contar quantidades que não podem tocar, por ex. ângulos que contam a quantidade de rotação entre duas direções.



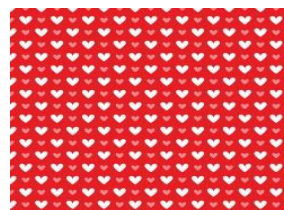
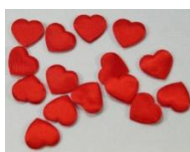
Não se esqueça de fazer uma estimativa antes de contar. As estimativas levam-nos a querer saber a resposta real, pode ser divertido ver o quão perto estamos. Uma estimativa não pode estar errada. Ela pode ser refinada com mais informação. Muitas vezes, apenas poder melhorar um palpite mostra um alto nível de raciocínio. **Alguns dos problemas matemáticos mais famosos só têm estimativas como soluções** (por exemplo, a menor distância entre dois pontos em um mapa grande e complexo). Fazer estimativas razoáveis desenvolve estratégias realmente úteis para o pensamento matemático bem-sucedido, ex.: Como adivinha quantos doces existem numa jarra de doces?



Compare os tamanhos dos diferentes grupos. É importante que o/a seu/sua filho/a compare os tamanhos relativos de dois grupos, podendo claramente definir qual deles tem mais ou menos de algo.

Em que imagens tem mais ou menos corações?

Precisamos de contar?



Pensar e raciocinar

“Reserve-se o seu direito de raciocinar, porque mesmo que pense errado é melhor do que não pensar de todo.” – Hypatia (Primeira mulher matemática registrada, cerca de 400 A.D.)

A Matemática é formar pontos de vista convincentes. Deverá ser capaz de

- convencer-se a si mesmo
- convencer um amigo ou membro da sua família
- convencer qualquer pessoa (ex. a sua professora)

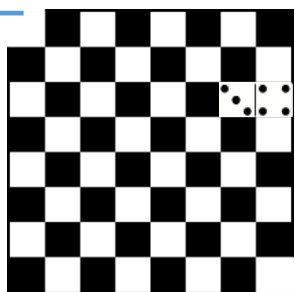
Encoraje o/a seu/sua filho/a a convencer-se inicialmente a ele próprio, que o que ele está a dizer é verdadeiro. Isso não é necessariamente uma questão de matemática, mas pode ser o porque de ele querer algo ou o porque de você querer fazer alguma coisa. Além disso, explique o seu raciocínio sobre as decisões que você tomou. “Vamos para o parque porque ...” Essa modelagem ajuda-os a ver como debater e formar um ponto de vista convincente.

Não se preocupe se, depois que o/a seu/sua filho/a lhe tenha explicado o seu raciocínio, você ainda assim não souber se está certo ou errado.

Responda ao trabalho do/a seu/sua filho/a com “Convenceste-me, mas podemos estar os dois errados!” ou “Não estou convencido/a, de que outra forma me poderias explicar, **podes explicar de outra forma?**” Esta por vezes é uma boa ideia, no caso de ter ficado convencido/a.

Só pelo facto de estar a ser perguntado ao/a seu/sua filho/a os motivos do raciocínio dele (sejam eles corretos ou incorretos) ajuda ao seu desenvolvimento. Se estiverem incorretos, quando ele se auto corrige a aprendizagem será feita a um nível muito mais profundo.

Ser capaz de comunicar efetivamente as nossas ideias e convencer os outros, explicando o nosso ponto de vista com clareza e tornando-o transparente, é uma habilidade fundamental no século XXI. Com o surgimento dos computadores, é mais valioso do que ser capaz de calcular rapidamente.



Falta a este tabuleiro de xadrez os cantos opostos.

poderia cobrir os 62 quadrados restantes com 31 dominós (como o que está mostrado na imagem)?

Parece bastante simples, contudo existem 32 pretos e 30 brancos para cobrir. Contudo existem 32 quadrados pretos e 30 quadrados brancos para cobrir. Uma vez que cada peça de domino cobre um quadrado preto e um branco 31 peças de dominó cobrem 31 pretos e 31 brancos, logo não é possível cobrir este tabuleiro. CONVENCIDO/A?



Questionar para tentar aprender

“Eu coloco questões; eu quero saber os porquês.
Eles habituaram-se ao facto de que eu coloco questões e sou a única mulher aqui.”
– Katherine Johnson (Matemática da NASA no Programa Apollo)

Curiosidade, resiliência, independência e confiança são componentes essenciais que o/a seu/sua filho/a precisa para construir fluência e, posteriormente, reter a matemática que eles aprendem. Não há problema nenhum em não saber todas as respostas, desde que ajudemos a desenvolver estratégias para descobri-las.

Anteriormente, na página 8, se você se tivesse perguntado “o que acontece com chocolates debaixo da tampa?” Então, muito bem. Você estaria a pensar matematicamente. Você decidiu incluí-los ou não?



Façam atividades em conjunto e debatam sobre elas. Estará, de fato, a apoiar a matemática deles, bem como a ajudá-los a tomar decisões e a avaliar os riscos que os irão auxiliar para toda a vida.

Se eles estiverem a brincar, resista a fazer perguntas que não estejam relacionadas com o contexto da brincadeira deles.

Por exemplo. não pergunte "quantos blocos existem?", se isso o/a distrair da atividade em que a criança está a brincar.



Faça perguntas baseadas nesse contexto

ex. “Quantas pessoas estão na torre rosa?” “Quantas pessoas podem estar na torre azul, mais, ou menos que na torre rosa?”, “Porque dizes isso?”

Ser questionado pelo/a seu/sua filho/a não é fácil, mas tanto as perguntas do/a seu/sua filho/a quanto o questionamento dele são parte do processo de aprendizagem.



Lembre-se, quando perguntamos a uma criança PORQUE (fizeste isso!), estamos a tentar ver o que a criança percebe, ou seja, queremos aprender o que ela sabe ou o que ela está a pensar. Quando ela pergunta é porque ela está apenas a querer aprender.

Que questões lhe vêm à cabeça?



Conhecimento sem sombra de dúvidas

“Talvez eu possa descrever melhor a minha experiência de fazer matemática em termos de entrar numa mansão escura. Você entra no primeiro quarto e está escuro, completamente escuro. Você tropeça ao redor, esbarrando na mobília. Aos poucos, você aprende onde cada peça de mobília está. Finalmente, depois de seis meses, você encontra o interruptor de luz e liga-o. De repente, tudo está iluminado e você pode ver exatamente onde você estava. Então você entra no próximo quarto escuro ...

- Andrew Wiles (professor de matemática na Universidade de Princeton, finalmente resolveu um problema que levou 350 anos)

Há muita alegria no facto de descobrir algo novo e compartilhá-lo com os outros. Nós não gostamos de ver os nossos filhos com dificuldades, e queremos que eles saibam a resposta, muitas vezes nós ajudamos muito rapidamente e podemos realmente estar a tirar-lhes a satisfação de descobrir por eles mesmos. **A resposta pode não ser uma ideia nova, mas será nova para eles.** A alegria do sucesso dá confiança e curiosidade para seguir em frente. Só ver a resposta correta pode deixar-nos a sentir inferiores por não termos sido nós a encontrá-la.

Converse sobre as dificuldades; torna-nos vulneráveis, ainda assim abre o caminho para desenvolver a nossa compreensão. Isso é mais do que aprender com os nossos erros. Um erro acontece quando não fazemos o que tencionávamos fazer. Muitas vezes, o que chamamos de erro não o é, pois fizemos o que planeávamos fazer. Nós apenas tínhamos o plano errado. Aprendemos muito mais quando percebemos que o que planeamos fazer não funciona. Raramente acontecem coisas como erros parvos. O erro tem de ter sido causado por algo, ex.: tentar completar uma tarefa rápido demais ou ter uma percepção fundamental errada.

8 + 6 = 2. Isto é correto?

Eu cometi um erro? Ou será um erro baseado na forma em como penso?

A imagem ajuda?



Tentar o mesmo problema de forma diferente pode ajudar a clarificar o porque de ter sido cometido um erro e aprofunda o conhecimento. Saber como fazer algo funcionar é apenas o começo. Podemos aprender mais com a solução de um problema de cinco maneiras diferentes do que resolver cinco problemas diferentes à primeira. Com o tempo, aprendemos a fazer isso de maneira mais eficiente. No entanto, o **tempo** é a chave. Precisamos trabalhar com um método e ficar frustrados ao apreciar um método diferente. Por favor, retenha-se de ensinar o que você vê ser um método melhor ao/a seu/sua filho/a se ele não puder entender porque é que este funciona, que é essencial para conectar a aprendizagem dele a um problema relacionado.

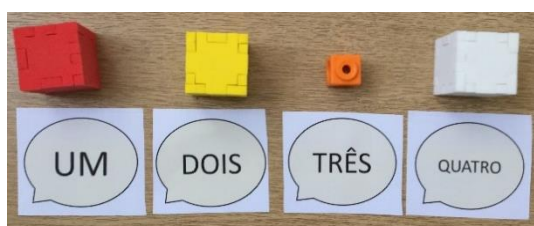
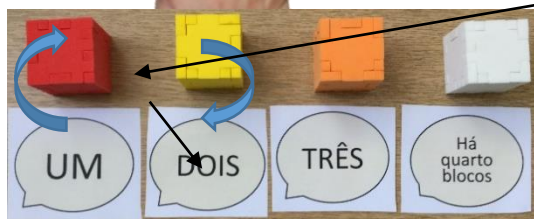
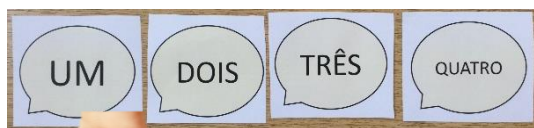
Uma dúvida não deve ser vista como algo negativo, abre-nos para novas ideias, para preencher as lacunas no nosso pensamento. É mais difícil aprender algo novo quando acreditamos que já sabemos sobre isso. "Não tenho certeza da resposta para isso" é uma resposta comum a perguntas de pessoas que estudam matemática nos níveis mais altos. É visto positivamente porque eles querem descobrir. Não saber não nos enfraquece na matemática. Não é estar aberto a novas ideias que nos tornam mais fracos.

Seja positivo/a com o/a seu/sua filho/a se ele disser “Eu não sei” e ajude-o a *ser curioso*.



Anexo 1

Princípios da Contagem



✚ Diga sempre os números na mesma ordem estável 1, 2, 3 ... (ordinalidade). Jogue jogos de palmas, cante músicas.

✚ Uma palavra numérica para um objeto (princípio um para um). Toque com os dedos, movendo os objetos para um grupo (recipiente), se necessário. Faça um círculo redondo com um dedo em cada minigrupo conforme conta.

✚ O último número contado indica o valor (cardinalidade). Repita com a pergunta após a contagem. Então quantos? Quanto mais jovem a criança, mais provável é que ela conte. Continue a perguntar - eventualmente, você receberá uma resposta sem que haja recontagem.

✚ A ordem em que os objetos são contados é irrelevante (comece a contar a partir do final, no meio, da direita para a esquerda, para cima e para baixo). Mais uma vez, faça minigrupos ao contar cada objeto em todo o grupo para enfatizar o nome da palavra.

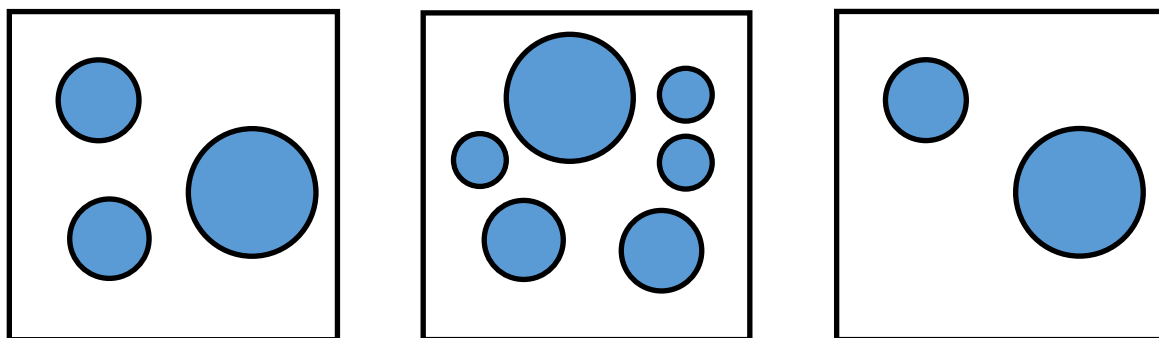
✚ O adjetivo (por exemplo, tamanho ou cor) não é importante. É o substantivo, o que estamos a contar, é que importa, ex. 1 bloco, 2 blocos. O substantivo pode ser não físico como sons.

✚ A posição dos objetos não é importante. Aprender diferentes representações de um número é importante.



Esses princípios são intrínsecos em poder contar.

Às vezes, dificuldades podem ser destacadas com padrões de pontos simples.

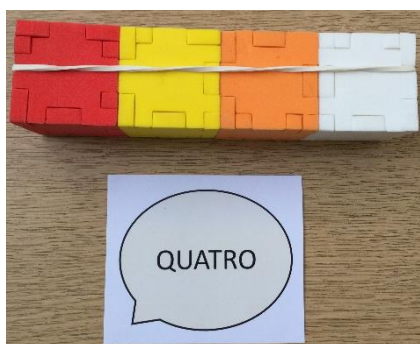


Enquanto que questões tais como:

- Quantos pontos?
- Qual quadrado tem mais pontos?
- Quais dois quadrados formam cinco pontos?
- Qual quadrado pode ser representado pelo número 6?

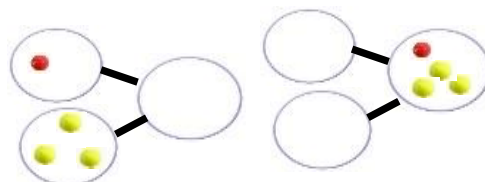
podem parecer fáceis, elas são fundamentais na nossa capacidade de trabalhar matematicamente. Se o/a seu/sua filho/a se esforça para responder a essas perguntas, pode apontar para dificuldades de longo prazo em números, que precisam ser detetadas de início.

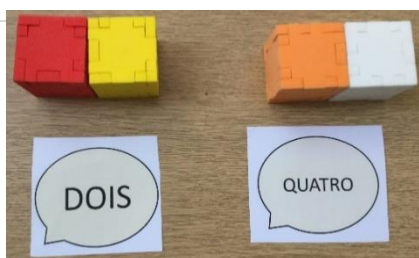
Os padrões podem ser tradicionais, como em dados ou cartas de baralho, ou mais aleatoriamente organizados. Quanto maior o número de pontos, mais difícil é saber a quantidade sem alguma estratégia de contagem. Se o/a seu/sua filho/a tiver dificuldade em responder, tente menos pontos.



✚ Aglomerar grupos de objetos. Vendo um grupo como um todo sem a necessidade de contar por causa da sua estrutura. Elásticos (ou colocar em blocos) ajudam as crianças a ver um número de objetos como um grupo de, por exemplo, 4. No padrão de pontos do meio acima, você agrupa os pontos para facilitar a contagem?

✚ A realização de números é composta de outros números (inclusão). Movimentar fisicamente os itens das partes para o todo e do todo para as peças, ajuda.



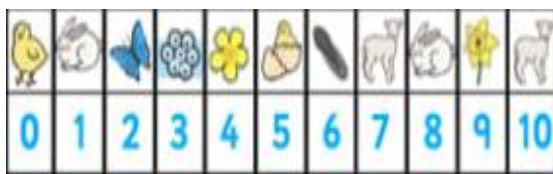


✚ Unitarizar (contar em pares, cinco, dez, etc.)
Embora a unidade seja importante, os fatos da tabela de multiplicação do aprendizado nunca devem ser tentados como uma atividade de memorização mecânica. Não é um exercício de velocidade.

✚ Compreender a posição relativa dos números entre si. Inicialmente faixas numéricas, que não possuem espaços entre números, reforçam isso mais que uma linha numérica. Use o idioma, mais um e um menos, (não adicione 1 ou 1 depois, o que vem depois, assim como dois mais / dois menos). Jogos com um gráfico de pontuação podem ajudar aqui.

Por favor, certifique-se que o/a seu/sua filho/a se sente confiante com todos os números até 10 ou seja, ele sabe que seis é composto de cinco e um, ou quatro e dois, ou até duas vezes três, antes de passar para números cada vez mais altos, para os quais eles podem saber o nome, mas não necessariamente compreender o que o número representa. Será que realmente entendemos o que é um milhão ou um bilhão quando ouvimos o número a ser usado? O/a seu/sua filho/a estará então pronto para fazer a conexão que 60 ou seja, 6 dezenas serão, obviamente, digamos 4 dezenas e 2 dezenas ($40 + 20$).

Que displays apoiam aprender a contar?

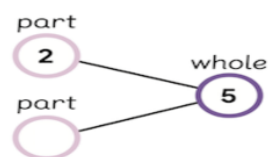
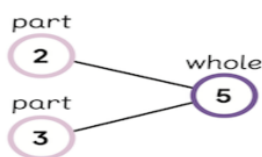
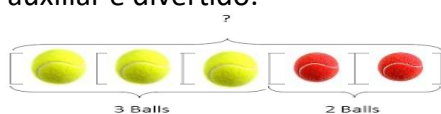


Anexo 2

“Muitos que tiveram a oportunidade de saber mais sobre matemática confundem-na com aritmética e a consideram uma ciência árida. Na realidade, no entanto, é uma ciência que requer uma grande quantidade de imaginação.”

- Sofia Kovalevskaya (Primeira Professora de Matemática do sexo feminino, nos anos 1880)

Adição e Subtração, estes problemas podem ser vistos em dois grupos completos distintos, normalmente representados por um diagrama parcialmente completo. Esconder parte dos números pode ser auxiliar e divertido.



Pode ser útil para enfatizar o nome de cada parte e o conjunto destas, ex.: 3 (amarelas) bolas e 2 (vermelhas) bolas, totalizam 5 bolas.

Posteriormente tem lógica substituir o nome pelos termos matemáticos, ex.: 30 + 20 dito como 3 dezenas e 2 dezenas, totalizam 5 dezenas, ou 0,3 + 0,2 dito como 3 décimas e 2 décimas totalizam 5 décimas (0,5) e assim vai.

ESTRATÉGIA CHAVE: Saber que números podem ser adicionados para totalizar 10.

Alternativamente adição e subtração podem representar as mudanças com o tempo. Depois de 2 patos nadarem dali, 3 patos ficaram. Quantos patos existiam no início.

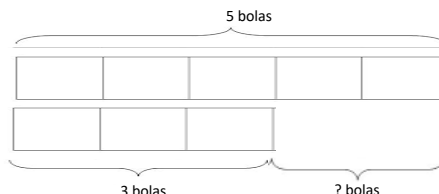
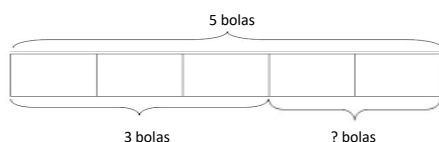
Finalmente, adição e subtração pode ser usado para comparar dois grupos. A irmã tem 3 doces a mais que o seu irmão.

“Qual é a história?”

Eu tenho 5 bolas. Eu perco 3. Quantas tenho de sobra? (muda com o tempo)

Eu tenho 5 bolas. O meu amigo tem 3 bolas. Quantas é que eu tenho a mais? (comparação)

Nós temos 5 bolas e ele tem 3 bolas. Quantas bolas é que eu tenho? (parte completo)



Cada questão usa o mesmo cálculo, mas tem uma estrutura fundamentalmente diferente. Qual diagrama ajuda a entender cada pergunta?

Analisar um cálculo de várias maneiras é mais benéfico do que analisar muitos cálculos uma só vez.



Multiplicações colocam os indivíduos (itens) em grupos (ex. três ou quatros). Contar estes grupos envolve saltar contagens (repetir adições) e em tempo de reconhecer resultados padronizados.

Pode ajudar a fazer a correlação entre multiplicação e o contexto visual.

O valor de 4×3 é igual a 3×4 ?



Por exemplo, 3 vasos com 4 flores em cada vaso têm 12 flores no total. 4 vasos com 3 flores em cada vaso também tem 12 flores no total. O número total de flores é o mesmo, mas o número de vasos é diferente.

Portanto, para aprender os fatos do número de multiplicação, é importante entender o contexto de uma multiplicação e não apenas recitar de cor.

Muito tempo e esforço é dado *a aprendizagem de “tabelas de multiplicação”. Os valores formados pela multiplicação de dois números de algarismos únicos juntos tornam-se simplesmente um novo conjunto de nomes de números, por ex. 4, 8, 12, 16, 20 como 1, 2, 3, 4, 5... nos princípios da contagem.

Para tornar efetiva a aprendizagem de novos padrões, mantenha-o divertido e...

1. *Aprenda a saltar números*, ex.: 1, 2, 3, **4**, 5, 6, 7, **8**, 9, 10, 11, **12**, depois remova os números intermédios e deixe somente 4, 8, 12. Isto está a formar uma nova escala de nomes de números, como aconteceu quando aprendeu a contar um a um.

2. *Visualize*. Desenhe um conjunto de pontos, para representar cada item



3. *Deduza novos factos de factos conhecidos*. Uma vez que sequências de números de pequena escala forem estabelecidas, ex.; como 4 grupos de 3 (aglomerados), novos factos podem ser deduzidos mais facilmente.

ESTRATEGIAS CHAVE

duplicar: 8×3 (8 grupos de 3) é o dobro de 4 grupos de 3 ($12 + 12 = 24$)

adição: 8×3 (8 grupos de 3) é 5 grupos de 3 + 3 grupos de 3 ($15 + 9 = 24$)

subtração: 8×3 (8 grupos de 3) é 10 grupos de 3 – 2 grupos de 3 ($30 - 6 = 24$)

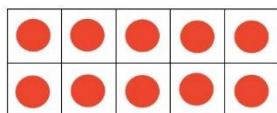
4. *Diga frases completas dentro do contexto*, quando estiver a praticar tabelas, 3 sacos de 8 caramelos = 24 caramelos.

Não se concentre excessivamente na velocidade ou na memorização, pois isso pode levar a ansiedade se o/a seu/sua filho/a estiver com dificuldades.



A comutatividade de adição e multiplicação significa que podemos calcular em qualquer ordem, por ex. $3 + 4 = 4 + 3$ e $3 \times 4 = 4 \times 3$. Evidências sugerem que organizamos (lembre-se) os números, preferindo quando o maior número vem primeiro.

Aprender que 2 grupos de 5 fazem 10, permite-nos reorganizar o nosso pensamento para nos mostrar que 5 grupos de 2 também devem ser 10.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Então faça 2×2 para 2×9 , depois 3×3 para 3×9 e assim sucessivamente, como 3×2 podem ser vistos como 2×3 .

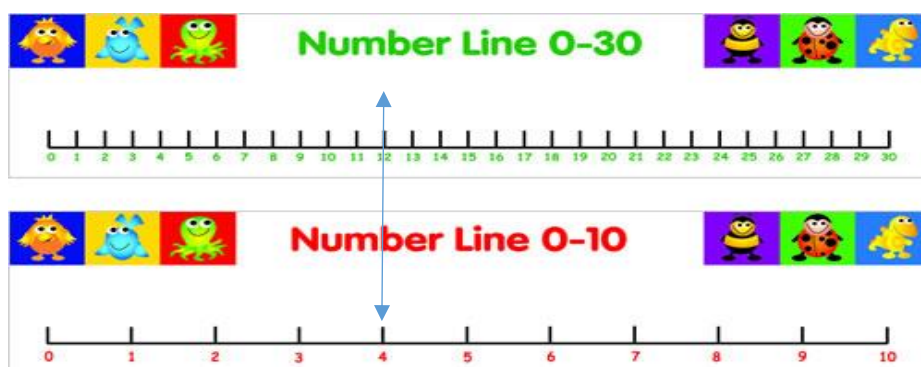
Se for somente até 5×5 inicialmente também reduz o montante de foco.

Isso pode tornar esses fatos mais seguros em nossa memória.

	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

Por favor, lembre-se de sempre focar na visualização com um substantivo (por exemplo, as flores), em vez de apenas memorizar números, o que virá com a prática. Isto suporta multiplicações posteriores, ex. $0,3 \times 4 = 3$ décimos $\times 4 = 12$ décimos $= 10$ décimos e 2 décimos $= 1$ inteiro e 2 décimos $= 1,2$

A multiplicação posterior está ligada ao escalonamento da linha numérica. Em vez da multiplicação ser vista como adicionando o mesmo número ao total, é visto um alongamento e encolhimento.



Os espaços na linha numérica vermelha são três vezes maiores que na linha verde.

Este movimento para o raciocínio multiplicativo, em vez de contagem aditiva de passos, é muito importante na compreensão de frações, rácios e proporções.

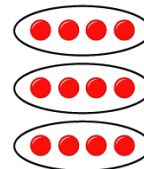
Comparar o volume de água em cada copo. A diferença na quantidade de água entre os copos à esquerda é a mesma que entre os copos à direita. No entanto, um dos copos da direita tem o dobro do outro, mas este não é o caso da esquerda.



Divisão pode ser vista de duas formas. Agrupar e partilhar. É complementado com a multiplicação.

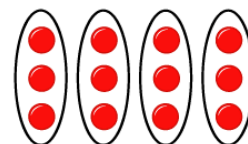
Agrupar – sabemos quantos em cada grupo e queremos saber quantos grupos.

Leia / diga $12 \div 4$ como 12 agrupados em grupos de 4. Portanto, 3 grupos.



Partilhar - sabemos quantos grupos são necessários, mas não sabemos quantos em cada grupo.

Leia / diga $12 \div 4$ como 12 compartilhados em 4 grupos. Portanto, 3 em cada grupo.

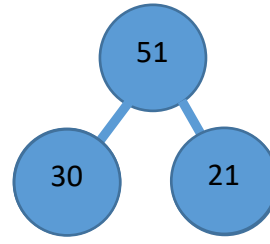
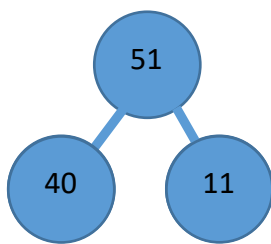
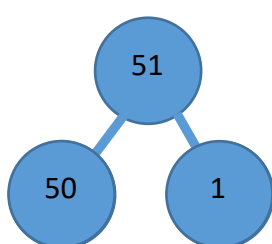


Eles são intercambiáveis. O uso dessa linguagem de agrupar e partilhar com seu filho/a ajudará a compreensão conceitual dele e permitirá que ele crie imagens mentais efetivas ao calcular.

Divisão

Incentive o/a seu/sua filho/a a analisar a divisão de números com vários dígitos (dividindo um número em partes) de maneiras diferentes. Isso ajuda a calcular de forma mais eficiente.

Que tipo de divisão ajuda a calcular $51 - 29$? Qual ajuda $51 \div 3$?



Renomear

Renomear um número significa alterar o(s) substantivo(s) de um número. Por exemplo. 1900 mil e novecentos é o mesmo que dezanove centenas. Isso, como a divisão, pode ajudar a calcular com mais eficiência.

$400 = 4$ centenas. Renomeado se torna 40 dezenas. Então $400 \div 5 = 40 \text{ dezenas} \div 5 = 8 \text{ dezenas} = 80$

$1/2 \div 3$ Metade é renomeada como 3 sextos. $3 \text{ sextos} \div 3 = 1 \text{ sexto} = 1/6$ (dizemos um sexto e não um sobre seis)



Anexo 3 – Recursos Úteis (mas não essenciais)

TV/Livros/Multimédia:

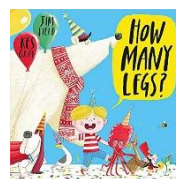
Livros de números–cbeebies

Livros de histórias (contos de dormir também podem envolver matemática)

Matemática para Mães e Pais – Eastaway and Askew

Mathpickle.com

Aplicações do Brainiaccamp apps

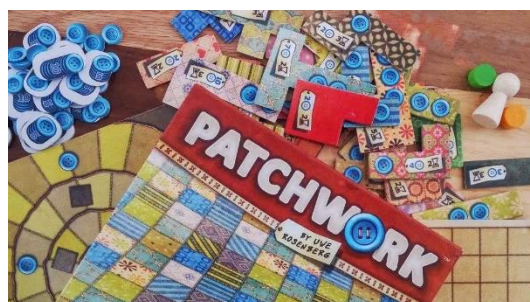


Dicionários linguísticos e glossários: <https://acceal.org.uk/maths/>

Jogos:

- ✚ Qualquer jogo com baralho de cartas normal
- ✚ Qualquer jogo com dados
- ✚ Carcassonne
- ✚ Dominós
- ✚ Adivinha quem é
- ✚ Pass the Pigs
- ✚ Patchwork
- ✚ Cobras e escadotes
- ✚ Sushi Go Party

$\leq$	smaller than or equal to	menor ou igual a
$\%$	per cent	por cento
$:$	ratio	razão



Puzzles:

- ✚ Quaisquer Puzzles de SmartGames
- ✚ Quaisquer Puzzles de ThinkFun
- ✚ Pentominoes
- ✚ Soma Cube
- ✚ Tangrams
- ✚ Tantrix



Anexo 4 - Afirmações e questões para ajudar a discussões matemáticas

Inícios de Frases para as crianças

A primeira coisa que eu fiz foi.....

Eu já sabiapor isso

Eu reparei que

Quando eu descobri que Eu pude então

Não funcionou quando eu tentei por isso eu

A parte que achei mais difícil foi porque

A parte que achei mais fácil foi porque

Podia ser porque

Não podia ser porque

1. Questões iniciais

Estes assumem a forma de perguntas abertas que se focam no método de raciocínio do/a seu/sua filho/a de uma forma geral e dá-lhes um ponto de partida.

Exemplos:

Como você pode classificar estes?

Quantas maneiras você pode encontrar para?

O que acontece quando nós?

O que pode ser feito de ...?

Quantos diferentes podem ser encontrados?

2. Questões para estimular o pensamento matemático

Essas perguntas podem ajudar o/a seu/sua filho/a a se concentrar em estratégias específicas e ajudar a ver padrões e relacionamentos. Isso ajuda na formação de uma forte rede conceitual. As perguntas podem servir como um alerta quando o/a seu/sua filho/a ficar 'preso'. (Muitas vezes, é tentador transformar essas perguntas em instruções, o que é muito menos provável de estimular a capacidade de raciocínio delas)

Exemplos:

O que é igual?

O que é diferente?

Podes agrupar estes de alguma forma?

Podes ver um padrão?

Como esse padrão pode ajudar-te a encontrar uma resposta?

O que achas que vem depois? Por quê?

Existe uma maneira de registrar o que encontraste que nos possa ajudar a ver mais padrões?

O que aconteceria se...?



3. Questões de Avaliação

Perguntas como essas pedem que as crianças expliquem o que estão a fazer ou como chegaram a uma solução. Elas permitem que você veja como o/a seu/sua filho/a está a pensar, o que eles entendem e em que nível eles estão a operar. Obviamente, é melhor perguntar se seu filho/a teve tempo de progredir com o problema, registrar algumas descobertas e, talvez, ter alcançado pelo menos uma solução.

Exemplos:

O que descobriste?

Como descobriste isso?

Por que pensas isso?

O que te fez decidir fazer assim?

4. Questões de Discussão Final

Essas questões atraem pensamentos e promovem o compartilhamento e a comparação de estratégias e soluções. Esta é uma fase vital nos processos de pensamento matemático. Elas fornecem mais oportunidades para reflexão e realização de ideias e relacionamentos matemáticos. Encoraje as crianças a avaliar o seu trabalho.

Exemplos:

Existe uma solução diferente?

Porquê / porque não?

Encontramos todas as possibilidades?

Como é que sabemos?

Já pensaste em outra maneira que isso poderia ser feito?

Achas que encontramos a melhor solução?

O que mudarias para criar um novo problema?

É também muito benéfico para o/a seu/sua filho/a, formular as suas próprias perguntas, e explorá-las.

(baseado em NRICH – Usar Questionários para Estimular o Pensamento Matemático)



Anexo 5 – Ideias sugeridas

Primeiros Anos, Fase Pré-Primária / KS1

Matemática para um propósito e público

- ✚ Ajude a seguir uma receita, usando escalas, copos e colheres, falando sobre medidas.
- ✚ Pagar itens em lojas, usar notas e moedas.
- ✚ Procurar por formas e padrões no ambiente, use linguagem matemática para descrevê-las, curvas, retas, planas, sólidas...
- ✚ Comece a entender o conceito de tempo, falando sobre rotina, discutindo diferentes momentos do dia.
- ✚ Recipientes de enchimento de água e introdução de vocabulário como cheio e vazio.

Desenvolver um amor por matemática

- ✚ Retratar a confiança, veja e explore, incentive a ouvir e a envolver a conversa matemática do seu filho, por ex. cantar, contar rimas e histórias matemáticas.
- ✚ Mostrando e partilhando o seu gosto por matemática, jogando jogos, tais como dominós, snap e compartilhando histórias.
- ✚ Arranje tempo para explorar e repetir atividades.
- ✚ Olhando para chapas de matrícula, números de porta e sinais de trânsito ao caminhar - a matemática está ao nosso redor.

Compartilhando um amor por (contagem) o tamanho e padrão de manchas, ajuda não apenas para quando o/a seu/sua filho/a inicia a escola, mas também nos anos seguintes.



Bases para matemática

- ✚ Encontre muitas oportunidades para conversar com o/a seu/sua filho/a sobre Matemática em contextos cotidianos, por exemplo, contando passos e combinando pares de meias.
- ✚ Forneça muitas oportunidades para o/a seu/sua filho/a desenvolver as suas habilidades de marcação, fornecendo uma variedade de instrumentos de escrita, por ex. paus na areia, tinta, giz.
- ✚ O dia a dia de uma criança oferece oportunidades práticas para aprender sobre os números, as formas e o espaço. Arrumar e colocar objetos semelhantes juntos, conduzir um carrinho de bebé, quantas facas e garfos são necessários para pôr a mesa.
- ✚ “Mostra-me 5 peças de fruta que não são todas iguais”.
- ✚ Mencione números factuais, por ex. 5 é composto de 2 e 3.

Desenvolver fluência

- ✚ Faça perguntas ao/a seu/sua filho/a e ajude a expandir as suas respostas. 'Quero saber porque...'
- ✚ Apoie o/a seu/sua filho/a praticando habilidades de maneira divertida contando para a frente e para trás em voz alta
- ✚ Repetir as atividades de matemática favoritas para permitir que o/a seu/sua filho/a se familiarize e consolide a aprendizagem anterior.
- ✚ Pratique as representações dos dedos. Rotule os dedos com cores e números. Toque um dos dedos do/a seu/sua filho/a e, sem que ele veja, peça que ele lhe diga qual foi. Faça com que ele toque em algo com a mesma cor ou número.

Primeiros Anos, Fase Pré-Primária / KS1

Correr riscos

- + Incentive o/a seu/sua filho/a a tentar sempre, pelo menos uma vez.
- + Incentive o/a seu/sua filho/a a fazer perguntas.
- + Mostre ao/a seu/sua filho/a que não há problema em cometer erros.
- + Elogie o esforço e todas as tentativas, mesmo que elas não estejam certas.
- + Faça previsões e veja o que acontece.

Se as crianças ouvirem que “eu não consigo fazer matemática” dos seus pais ou amigos, elas começam a acreditar que isso não é importante ou que não há problema em não tentar conseguir aprender matemática. Incentive o prazer e a confiança de aprender sobre o mundo ao nosso redor matematicamente.

Independência

- + Garanta que uma gama de oportunidades matemáticas esteja disponível e seja facilmente acessível em casa, por ex. cones de pinho para contar, blocos para construção, histórias com números.
- + Permita que o/a seu/sua filho/a tenha tempo antes de o ajudar.
- + Converse matematicamente de forma padrão em voz alta ao realizar tarefas como um adulto, por ex. Eu usei o triângulo porque...

Verificar Respostas

- + Mostre ao/a seu/sua filho/a um erro que você cometeu e como corrigi-lo.
- + Molde a forma de cometer um erro e se corrigir, por ex. dizendo: "1, 2, 3, 5 não 1, 2, 3, 4."
- + Se o/a seu/sua filho/a pronunciar mal uma palavra, por ex. nome de uma forma geométrica, molde a linguagem correta sem chamar à atenção para o erro do/a seu/sua filho/a.

Discutir e Visualizar

- + Discuta novas ideias e experiências de creches e escolas, visitas, livros e programas de TV.
- + Durante as atividades físicas, incentive o aprendizado matemático contando ao pontapear bolas, subir e correr.
- + Desenvolva conversas matemáticas durante atividades imaginativas, como contar moedas ao pagar nas lojas.
- + Cultivar plantas e falar sobre mudanças.
- + "Cada peça de fruta custa £ 1. Como podias gastar £5?"

KS1/KS2

Matemática por um motivo

- + Inclua o/a seu/sua filho/a em atividades cotidianas que envolvam matemática - fazer compras, medir ingredientes, escalar uma receita para cima ou para baixo para alimentar a quantidade certa de pessoas, medir e calcular a área de uma sala e usar um horário de autocarro para descobrir quanto tempo a viagem entre dois pontos deve demorar. Faça a viagem. Você chega mais cedo ou mais tarde do que o esperado? Quanto tempo?
- + Jogue jogos e faça quebra-cabeças com seu filho/a que envolvam matemática. Tais atividades podem se concentrar em direção ou tempo, lógica, raciocínio, classificação, avaliação e / ou estimativa.

Desenvolver um amor por matemática

Você pode ajudar a desenvolver a matemática do/a seu/sua filho/a ao:

- + Ser positivo e falar sobre as maneiras que você usa matemática todos os dias.
- + Encorajá-lo a ser persistente quando um problema parece difícil - pergunte-lhe como podem trabalhar em conjunto para pensar em uma solução e elogie o seu esforço.
- + Atuando como um bom modelo, respondendo e interagindo positivamente com a matemática
- + Jogue jogos que exigem pensamento e estratégia. Invente jogos quando vai a lugares diferentes. Divirta-se.

Bases de Matemática

- ✚ Fale sobre / temas de pesquisa de interesse com o/a seu/sua filho/a.
- ✚ Incentive o/a seu/sua filho/a a discutir estratégias e encontrar métodos eficientes.
- ✚ Incentive ativamente o/a seu/sua filho/a a desenhar figuras para representar as suas ideias. Fale sobre conceitos ou vocabulário que podem ser difíceis de entender.

Desenvolver Fluência

- ✚ Faça perguntas ao/a seu/sua filho/a e ajude a expandir as suas respostas. 'Eu quero saber porque é que...'
- ✚ Apoie o/a seu/sua filho/a ao praticar habilidades de uma maneira divertida, verifique se ele pode contar com estratégias mentais.
- ✚ Repetir as atividades de matemática favoritas permite que o/a seu/sua filho/a se familiarize e consolide a aprendizagem anterior.
- ✚ Ajude o/a seu/sua filho/a a aprender grupos de números e tabelas de tempos, através de raciocínio e visualização— Jogar jogos.

Verificar Respostas

- + Incentive o/a seu/sua filho/a a verificar as suas respostas e considere se as respostas são razoáveis no contexto da pergunta.
- + Se o/a seu/sua filho/a descreve o trabalho dele de alguma forma que você não entende ou pensa "Eu sei o que você quer dizer, mas não está claro", peça-lhe que encontre uma explicação diferente.
- + Tenha papel de rascunho disponível para treinar.

Conversar e visualizar

- + Aponte formas ou arranjos matemáticos quando eles ocorrem durante o dia.
- + Observe os padrões e imagine por que eles ocorrem.
- + Pergunte: "O que vê?" E "como sabes?"
- + Não se apresse em dizer se uma resposta está certa ou errada. Leve-o a convencê-lo porque é que estaria certa.
- + Incentive o uso de linguagem matemática e frases vinculadas, incluindo "eu acho que...porque..."

Anexo 6 - Tangrama

